3. Statistische Auswertung von Daten

Lernfeld: Aufgepasst beim Darstellen und Auswerten von Daten

114 **1. Auftrag: Interessante(re) Grafiken**

→ Man kann mithilfe der Klassenmitten die Einwohnerzahlen annähernd ermitteln, wobei die erste und die letze Klasse festgelegt werden. Es ergibt sich eine Gesamteinwohnerzahl von 83 213 090, die etwas höher als die offizielle Einwohnerzahl ist.

Größe der Gemeinden	Anzahl der Gemeinden	Klassenmitte	Einwohnerzahl
unter 100 Einwohner	206	90	18 540
100 bis 199 Einwohner	473	150	70 950
200 bis 499 Einwohner	1 546	350	541 100
500 bis 999 Einwohner	1 866	750	1 399 500
1 000 bis 1 999 Einwohner	1 922	1 500	2 883 000
2 000 bis 2 999 Einwohner	1 061	2 500	2 652 500
3 000 bis 4 999 Einwohner	1 205	4 000	4 820 000
5 000 bis 9 999 Einwohner	1 327	7 500	9 952 500
10 000 bis 19 999 Einwohner	879	15 000	13 185 000
20 000 bis 49 999 Einwohner	494	35 000	17 290 000
50 000 bis 99 999 Einwohner	106	75 000	7 950 000
100 000 bis 199 999 Einwohner	37	150 000	5 555 000
200 000 bis 499 999 Einwohner	26	350 000	9 100 000
über 500 000 Einwohner	13	600 000	7 800 000

Jan hat diese Daten in folgenden Klassen zusammengefasst:

Größe der Gemeinden	Einwohnerzahl	Anteil
bis 4 999	12 385 590	14,9 %
5 000 bis 19 999	23 137 500	27,8 %
20 000 bis 99 999	25 240 000	30,3 %
100 000 bis 499 999	14 650 000	17,6 %
über 500 000	7 800 000	9,4 %

Betrachtet man die Häuser als Fläche, so ist die Darstellung angenähert in Ordnung. Da Häuser aber Körper sind, wäre eine räumliche Darstellung noch besser.

114 **2. Auftrag: Statistische Daten im Vergleich.**

Wir berechnen zunächst die Gesamtschülerzahlen für die angegebenen Schuljahre sowie die prozentuale Verteilung auf die einzelnen Schularten. Abweichungen von 100 % sind durch Rundung auf eine Stelle nach dem Komma entstanden.

Schuljahr	2016/2017	2018/2019	2020/2021	2022/2023	2024/2025
Schülerzahlen gesamt	107 220	113 880	123 720	133 530	139 190
Gymnasien	40,3 %	40,1 %	39,8 %	39,4 %	39,1 %
Integrierte Gesamtschulen	52,5 %	53,2 %	53,6 %	54,0 %	54,2 %
Förderschulen	7,1 %	6,7 %	6,6 %	6,6 %	6,7 %

→ **(1)** Die Schülerzahlen nehmen zu. Die Aussage ist richtig.
(2) Prozentual zur Gesamtschülerzahl nimmt die Schülerzahl an Gymnasien ab. So ist die Aussage richtig, aber trotzdem etwas übertrieben. Wenn man die absoluten Schülerzahlen betrachtet, dann nehmen auch die Schülerzahlen an Gymnasien zu.
(3) Die Schülerzahlen an Sekundarschulen nehmen zu, auch prozentual. Die Aussage ist richtig.
(4) Die meisten Schüler gehen zu integrierten Sekundarschulen. Die Aussage ist richtig.

→ Die Grafik stellt durch den fehlenden Sockelbetrag (Hochachse beginnt erst bei 40 000) den Anstieg der Schülerzahlen stärker dar.

3.1 Streuung – Standardabweichung

115 **Einstieg:**

Arithmetisches Mittel	502,5	502,5	502,5
Modalwert	11 bei 502 g	10 bei 501 g	11 bei 500 g und 11 bei 504 g
Standardabweichung	1,87	2,05	2,16

Erst mit Standardabweichung und Modalwert ist sinnvolle Aussage möglich.

1. a) Arithmetisches Mittel: 0,93; Standardabweichung: 0,09
b) Arithmetisches Mittel: 10,7; Standardabweichung: 0,9

118 **2.** Arithmetisches Mittel: 9,00045455 cm ≈ 9 cm
Standardabweichung: 0,05748338 cm ≈ 0,6 cm

3. Arithmetisches Mittel: 0.97 s
Standardabweichung: ≈ 0,31 s

119

4. **a)** 1. Messreihe: $\bar{x} = 1{,}02$ $\quad s = \sqrt{0{,}0144} = 0{,}12$

2. Messreihe: $\bar{x} = 1{,}02$ $\quad s = \sqrt{0{,}0067} = 0{,}082$

b) Beide Messreihen haben das gleiche arithmetische Mittel, jedoch hat die 2. Messreihe eine geringere Standardabweichung.

c) Theoretischer Wert: $t = \sqrt{\frac{5\,\text{m} \cdot 2}{9{,}81}} = 1{,}0096$

Beide gemessenen arithmetischen Mittel sind dem theoretischen Wert sehr nahe. Es sind Messfelder und Ableseungenauigkeiten zu berücksichtigen.

5. **a)** Durchschnittliche Größe: 49,8 cm
Durchschnittliches Gewicht: 3 142 g

b) Standardabweichung Größe: 1,47 cm
Standardabweichung Gewicht: 164,23 g

6.

	Maschine A	Maschine B
Arithmetisches Mittel	999,85 ml	999,66 ml
Standardabweichung	3,45 ml	≈ 3,40 ml

Beide Maschinen haben 1 l innerhalb eines Intervalls um ihr arithmetisches Mittel und sind miteinander vergleichbar

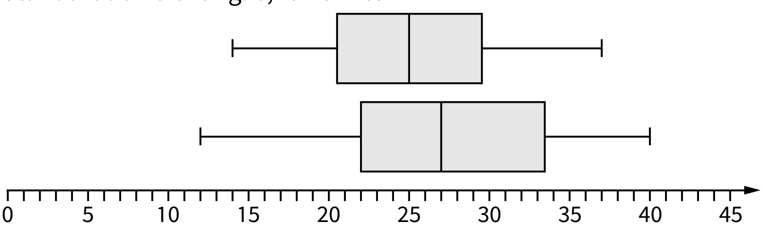
120

7. **a)** Gruppe A: 24,9 Punkte $\quad$ Gruppe B: 27,2 Punkte
Spannweite Gruppe A: 23 Punkte
Spannweite Gruppe B: 28 Punkte
Standardabweichung Gruppe A: 6,09 Punkte
Standardabweichung Gruppe B: 7,56 Punkte

b) Bei Gruppe B sind die durchschnittliche Punktzahl und auch die erreichte Höchstpunktzahl höher als bei Gruppe A. Dafür ist die Streuung bei Gruppe A geringer.

c) Arithmetisches Mittel: 26,1 Punkte
Standardabweichung: 6,76 Punkte

d)



8. **a)**

	Sorte A	Sorte B
Arithmetisches Mittel	499,76	500,12
Spannweite	18	18

b)

	Sorte A	Sorte B
Standardabweichung	3,54	3,91

120

9. **a)** Spannweite: 5 Standardabweichung: 2,06

b)

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	4	10	6	3	1

Spannweite: 5 Standardabweichung: 1,25
Die Spannweite ist gleich, da sich der größte und der kleinste Wert nicht verändern. Da nun aber viel mehr Werte beim arithmetischen Mittel liegen, ist die Standardabweichung geringer.

10. **a)** Die Fahrt dauert durchschnittlich 35,1 min.
b) Spannweite: 25 min
Standardabweichung: 6,79 min
c) Durchschnittliche Fahrzeit: 33,1 min
Spannweite: 10 min;
Standardabweichung: 3,41 min

3.2 Analyse von grafischen Darstellungen

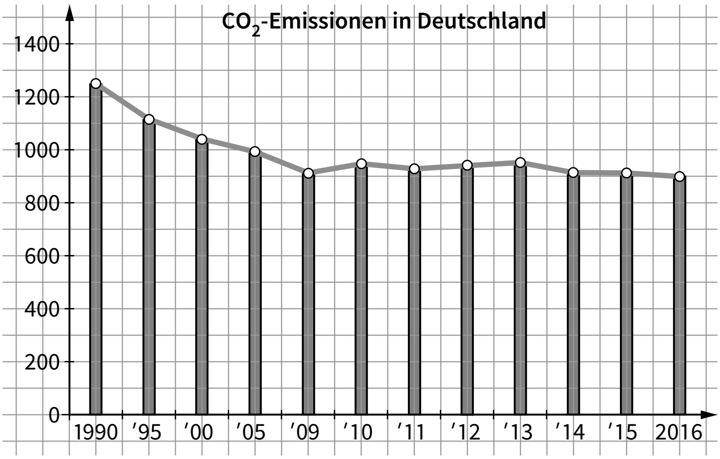
121

Einstieg:
1. Bild: Fläche vervierfacht, also keine angemessene Darstellung (übertrieben)
2. Bild: Fläche verdoppelt, also angemessene Darstellung, nicht so gute Wirkung
3. Bild: Volumen verdoppelt, also angemessene und auch ansprechende Darstellung
4. Bild: Erhöhung erkennbar, aber keine Verdoppelung des Volumens sondern mehr

123

2. **a)** Der rote Pfeil zeigt vom ersten zum letzten Wert nach unten.
Die blaue Kurve fällt bei der dargestellten Skala stark ab.

b)



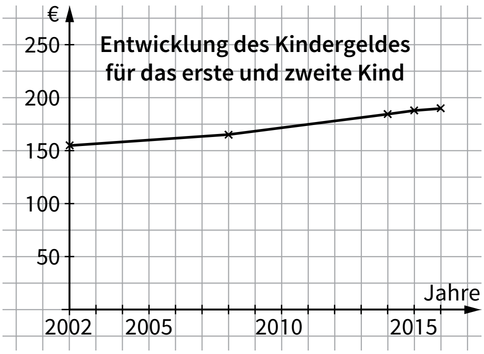
123

3. a) Der hintere Quader wirkt größer.
   b) Nicht angemessen; z. B. ist die Marke der Schuhe mit 72 % für die Meisten am Wichtigsten, doch die Darstellung der Schuhe ist am Kleinsten.

124

4. Die Münzen werden vom geringsten zum höchsten Stundenlohn immer größer, allerdings nicht verhältnismäßig. Vergleicht man die beiden Extremalpositionen, so ist die Fläche der Münze bei „Handwerker/in“ ca. 10-mal so groß wie bei „Friseur/in“, der Stundenlohn aber nur um knapp die Hälfte höher.

5. Zunahme um den Faktor $f \approx 5{,}4$, also Verlängerung der Rechteckseiten um den Faktor $\sqrt{f} \approx 2{,}3$

6. a) Koordinatensystem: da Skala nicht bei Null losgeht, erscheint es, als hätte sich das Geld ca. verdreifacht. Die Zunahme von 1998 zu 2002 beträgt 42,52 €, was ca. 37 % des Wertes von 1998 entspricht. Dies ist also bereits irreführend.
   Illustration: Der Kinderwagen von 1998 ist 0,6 cm hoch, der von 2002 2,7. Dieser hat sich also um den Faktor 4,5 vergrößert, was völlig unverhältnismäßig zu dem tatsächlichen Anstieg ist.
   b) 

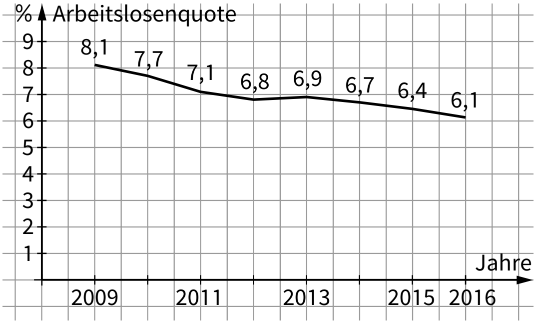
7. Flughäfen in Deutschland: Erweckt angemessenen Eindruck; Faktor zwischen Dortmund (kleinster) und Frankfurt (größter) ist fast 30.
   Anzahl der Flüge: auch angemessen, Verhältnisse stimmen

125

8. a) Das Diagramm sagt aus, daß die Anzahl der Haushalte, die einen Laptop oder Computer besitzen, seid 1998 bis 2015 stark zugenommen hat, seid 2012 aber nur noch langsam steigt.
   Es vermittelt einen angemessenen Eindruck, da die Proportionen stimmen.
   b) Verhältnis 2012 zu 2001: $f = \frac{85}{49} \approx 1.73$; die Seitenlängen des Rechtecks von 2013 müsste also um den Faktor $\sqrt{f} \approx 1{,}32$ länger sein, um angemessen zu sein.

125 **9. a)** Diagramm erweckt den Eindruck einer starken Senkung der Arbeitslosenquote

b)



c) Die Arbeitslosenquote ist um 2 Prozentpunkte gesunken, nicht um 2 %. Hier muss der Unterschied zwischen Prozent und Prozentpunkte diskutiert werden. Denn von den 8,1 % auf 6,1 % gesunken heißt (in Bezug auf 8,1 %), dass die Arbeitslosenquote um rund 24,7 % gesunken ist.

10. Links: alle Verhältnisse stimmen mehr oder weniger, nur der letzte ist zu kurz
Rechts: die Verhältnisse stimmen alle und es wird ein angemessenes Bild erzeugt.

Im Blickpunkt: Statistische Daten visualisieren und Trendlinien einfügen

126 **2.** (1. Auflage 1.)

a) Der Preis liegt fast bei 0 €. Die Prognose kann also nicht stimmen. Man sieht dieses an der Entwicklung der Jahre 2013 bis 2016.

b) Die Prognose mithilfe der Trendlinie ist nur sinnvoll, wenn man erwarten kann, dass der Trend so bleibt.

3. (1. Auflage 2.) –

3.3 Irreführende Anwendung des arithmetischen Mittels

127 **Einstieg:**

Auf kurze Strecken ist man viel leistungsstärker als auf lange, schon bei 1000 m war Patricks Durchschnittsgeschwindigkeit bei 15 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Über einen längeren Zeitraum nimmt diese eher noch ein bisschen ab.

2. Die Windräder müssen auch einen Orkan aushalten können. Es darf zu keinem Schaden kommen.

128

3. Berechnet man die mittlere Anzahl von Fahrzeugen, so verliert das Ballungsproblem in den Morgenstunden an Bedeutung. Da dies aber die Zeit ist, zu der die Schüler in die Schule gehen oder Unterricht haben, sind das Unfallrisiko und die gesundheitliche Gefährdung sehr hoch. Dies muss bei der Beurteilung berücksichtigt werden. Die Morgenstunden sind entscheidend und nicht die Abend- und Nachtstunden. Dies wird beim arithmetischen Mittel nicht berücksichtigt

4. **a)** Nieselregen, Regenschauer, Landregen
   b) Auf dem Gletscher liegt wesentlich mehr Schnee als im Tal, wo im Mai wahrscheinlich so gut wie gar kein Schnee liegt. Die mittlere Schneehöhe verdeckt diesen Unterschied.

5. Lena hat richtig gerechnet. Julias Durchschnitt liegt bei 3.

6. Gemeint ist die durchschnittliche Lebenserwartung. Hier wurde beispielsweise die hohe Säuglingssterblichkeit mit eingerechnet, deshalb ist das Alter so gering.

129

7. Der Höchstwert entscheidet darüber, wie stark ein Mensch durch diesen Lärm geschädigt wird. Um sich einen Überblick über die Gesamtsituation zu verschaffen, ist das arithmetische Mittel wichtig.

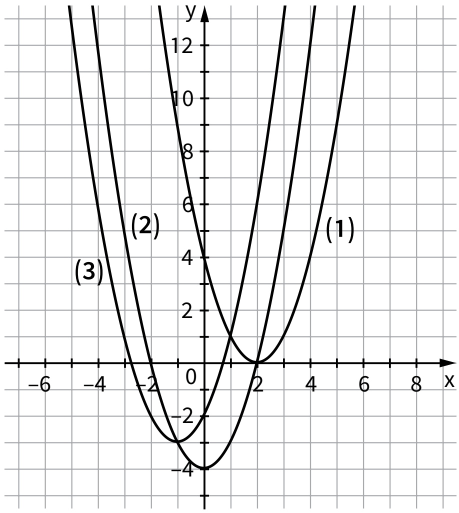
8. **(1)** Bei Aufgabe 10, Seite 120, sollte die Fahrt Nr. 6 weggelassen werden (Ausreißer).
   (2) Will man eine Durchschnittstemperatur für einen Monat finden, so müssen die Temperaturen täglich zur selben Tageszeit gemessen werden.
   (3) Bildet man die Jahresdurchschnittstemperatur, so geht aus ihr nicht hervor, wie warm es im wärmsten Monat bzw. wie kalt es im kältesten Monat war. Hat man im Wettkampf drei Sprünge zur Verfügung, so ist der weiteste Sprung entscheidend.
   (4) Wenn von drei Personen zwei Fan vom VFB Stuttgart sind, so bedeutet das nicht, dass in ganz Deutschland $\frac{2}{3}$ aller Personen ebenfalls Fan des VFB Stuttgart sind.

9. Es kommt im Straßenverkehr sehr selten vor, dass man 100 km mit gleichbleibender Geschwindigkeit fahren kann.

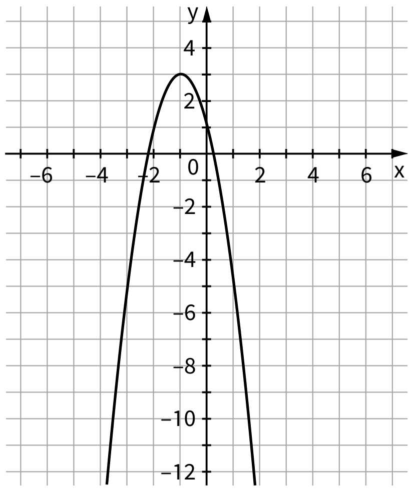
10. Die Stichprobengrößen waren nicht gleich, zudem wurde das arithmetische Mittel nicht richtig berechnet. Wenn „ja“ eine 1 und „nein“ eine 2 zugeordnet wird, so ist der Mittelwert $\frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 21 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 2}{4 + 30 + 10} \approx 1{,}36$. also etwas mehr als eine knappe Mehrheit.

129 *Das kann ich noch!*

A) **(1)** Scheitelpunkt $(2|0)$
Nullstellen bei $x_1 = -1 - \sqrt{3}$
und $x_2 = -1 + \sqrt{3}$.
(2) Scheitelpunkt $(0|-4)$.
Nullstellen bei $x_1 = -2$ und
$x_2 = 2$.
(3) Scheitelpunkt $(-1|-3)$
Nullstellen bei $x = 0$.



B) Funktionsgleichung: $y = a(x + d)^2 + e$
Scheitelpunkt $S(-1|3)$, also $d = 1$
und $e = 3$ und damit $y = a(x + 1)^2 + 3$.
Die Parabel geht durch den Punkt
$P(0|1)$.
Setzt man die Koordinaten von P in
die Funktionsgleichung ein, so erhält
man: $1 = a(0 + 1)^2 + 3 = a + 3$, also
$a = -2$.
Scheitelpunktform: $y = -2(x + 1)^2 + 3$
Allgemeine Form: $y = -2x^2 - 4x + 1$



3.4 Aufgaben zur Vertiefung

130 **1.** Die Schulnoten sind in Ordinalskalen, nicht linear, definiert. Eine Mittelwertberechnung ist nicht sehr sinnvoll, da die Noten somit keinen Zahlenwert, sondern eine Kategorie darstellen. Sinnvoller ist die Verwendung des Medianwertes zur Durchschnitsberechnung.

2. **a)** Die Installation muss bei Haus C erfolgen.
b) Die Installation muss wieder bei Haus C erfolgen.
c) Die Installation muss in der Mitte zwischen Haus C und Haus D erfolgen.