Checkliste: Quadratische Gleichungen

	Kompetenz	Bsp.	☺	😐	☹
A	**Ich kann quadratische Gleichungen…**				
1	…definieren.	A1			
2	…erkennen.	A2			
B	**Ich kann … lösen**				
1	… rein quadratische Gleichungen lösen und erkennen, wann sie keine, eine oder zwei Lösungen haben.	B1			
2	… $ax^2 \underline{+bx} = 0$ durch ausklammern lösen.	B2			
3	… gemischt quadratische Gleichungen der Form $(x \pm d)^2 = c$ lösen, indem ich die binomische Formeln anwende,	B3			
4	… bei einer gemischt quadratischen Gleichung die quadratischen Ergänzung durchführen.	B4			
5	… gemischt quadratischen Gleichungen lösen mit der pq-**Lösungsformel**	B5			
C	**Anwendungen**				
1	Ich erkenne am Term unter der Wurzel die Anzahl der Lösungen und kann die Lösungsmenge angeben.	C1			
2	Ich kann quadratische Gleichungen aus der Lösungsmenge aufstellen durch die Linearfaktorenzerlegung.	C2			
3	Ich kann den Satz von Vieta anwenden.	C3			
4	Ich kann Anwendungsaufgaben lösen	C4			
5	Ich kann Bruchgleichungen lösen.	C5			
6	Ich kann biquadratische Gleichungen lösen	C6			

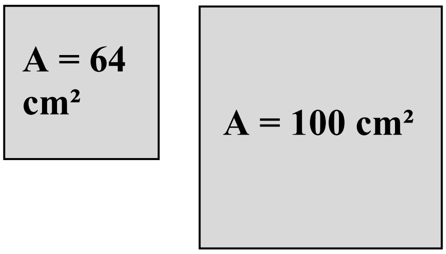
A	Ich kann quadratische Gleichungen…

A1	siehe Hefter	
A2	Kreuze an, wo eine quadratische Gleichung vorliegt.	

$0{,}3^2 = 16\,y$	
$y^2 - 9 = 9$	
$x^2 + x + 5x^3 = 4$	
$x^2 = 7x$	
$z - z^2 = 5$	
$(3x+2) = 49$	

$0{,}3^2 = 16\,y$	
$y^2 - 9 = 9$	x
$x^2 + x + 5x^3 = 4$	
$x^2 = 7x$	x
$z - z^2 = 5$	x
$(3x+2) = 49$	

B	Ich kann … lösen

B1	rein quadratischen Gleichung $x^2 = c$	
	Der Flächeninhalt A der beiden Quadrate ist gegeben. Wie lang ist jeweils die Quadratseite a?  a = …………	A = 64 cm² → a = **8** cm A = 100 cm² → a = **10** cm
	Bringe die Gleichungen auf die Form $x^2 = c$ und gib die Lösungsmenge an. $3x^2 - 100 = 143$ $4x^2 + 500 = 100$ $5x^2 + 3x - 9 = 3(x - 3)$	$3x^2 - 100 = 143 \quad \vert +100$ $3x^2 = 243 \quad \vert :3$ $x^2 = 81 \quad \vert \sqrt{\ }$ $x_1 = 9$ $x_2 = -9$ $4x^2 + 500 = 100 \quad \vert -500$ $4x^2 = -400 \quad \vert :4$ $x^2 = -100$ L = { } $5x^2 + 3x - 9 = 3(x - 3) \quad \vert T$ $5x^2 + 3x - 9 = 3x - 9 \quad \vert -3x+9$ $5x^2 = 0 \quad \vert :5$

		$x^2 = 0 \quad \vert \sqrt{\ }$ $x_{1;2} = 0$ L = { 0 }
	Bestimme die Lösungen a) $x^2 = 9$ b) $x^2 - 49 = 0$ c) $2x^2 = 32$ d) $\frac{1}{3}z^2 = 12$ e) $4u^2 + 1 = 101$ f) $7x^2 = 0$ g) $50 = x^2 + 1$ h) $x^2 + 36 = 0$	a) 3; -3 b) 7; -7 c) 4; -4 d) 6; -6 e) 5; -5 f) 0 g) 7; -7 h) -
	Die Gleichung soll die vorgegebene Anzahl von Lösungen haben. Kreuze alle Zahlen an, die in diesem Fall für eingesetzt werden können. a) $x^2 - 80 = \square$ 2 Lösungen ☐ 80; ☐ -80; ☐ 0; ☐ 81 b) $-3v^2 + \square = 3$ 1 Lösungen ☐ 0; ☐ -3; ☐ 3; ☐ $\sqrt{3}$	a) ☒ 80; ☐ -80; ☒ 0; ☒ 81 b) ☐ 0; ☐ -3; ☒ 3; ☐ $\sqrt{3}$
	Bei einer Gleichung der Form $x^2 = c$ findet man die Lösung, indem man .... Die Gleichung hat zwei Lösungen, wenn .... Die Gleichung hat eine Lösung, wenn .... Die Gleichung hat keine Lösung, wenn ………………………..	Bei einer Gleichung der Form $x^2 = c$ findet man die Lösung, indem man **auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel zieht**. Die Gleichung hat zwei Lösungen, wenn **unter der Wurzel eine positive Zahl steht** Die Gleichung hat eine Lösung, wenn **unter der Wurzel 0 steht** Die Gleichung hat keine Lösung, wenn **unter der Wurzel eine negative Zahl steht**
B2	$ax^2 + bx = 0$ durch ausklammern lösen.	
	$3x^2=6x$	$3x^2=6x \vert -6x$ $0=3x^2-6x$

		$0=x(3x-6)$ $x_1=0$ und $x_2=2$
	a) $-2x^2+2/3x+5/4=5/4$ b) $-x^2+x=0$ c) $x^2-2x=3x^2+x$	$-2x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ 1. Brüche eliminieren: $-2x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \quad \vert\cdot 12$ $-24x^2+8x+15 = 15$ 2. In 0 -Form bringen: $-24x^2+8x+15 = 15 \quad \vert-15$ $-24x^2+8x = 0$ 3. x ausklammern: $-24x^2+8x = 0$ $x(-24x+8) = 0$ 4. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt: $x_1=0$ oder $-24x+8=0$ $-24x+8 = 0 \quad \vert-8$ $-24x = -8 \quad \vert\div(-24)$ $x_2 = \frac{1}{3}$ Lösungsmenge: $L=\left\{0;\frac{1}{3}\right\}$ $-x^2+x=0$ 1. Ausklammern von x: $-x^2+x = 0$ $\Rightarrow x(-x+1) = 0$ 2. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt: $x=0$ oder $-x+1=0$ und es ist $x_1=0$ und $x_2=1$. Lösungsmenge: $L=\{0,1\}$ $x^2-2x=3x^2+x$ 1. In 0 -Form bringen: $x^2-2x = 3x^2+x \quad \vert-3x^2-x$ $-2x^2-3x = 0$ 2. x ausklammern: $-2x^2-3x = 0$ $\Rightarrow x(-2x-3) = 0$ 3. Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt: $x=0$ oder $-2x-3=0$ und es ist $x_1=0$ und $x_2=-\frac{3}{2}$. Lösungsmenge: $L=\left\{-\frac{3}{2},0\right\}$
	Gegeben ist die Gleichung: $ax^2+bx=0$ $(a, b\neq 0)$ a) Wie viele Lösungen gibt es? b) Geben Sie die Lösungsmenge für x an.	zu a) Es gibt genau zwei Lösungen. zu b) Ausklammern von x: $ax^2+bx = 0$ $\Rightarrow x(ax+b) = 0$ Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt: $x=0$ oder $ax+b=0$ und es ist $x_1=0$ und $x_2=-\frac{b}{a} \quad (a\neq 0)$. $L=\left\{-\frac{b}{a},0\right\} \quad (a\neq 0)$
B3	Binomische Formeln umformen und ergänzen $(x \pm d)^2=0$	
	$(x+5)^2=0$	$(x+5)^2=0 \mid \sqrt{\ }$ -> II

		$\lvert x_1 + 5 \rvert = 0 \quad \lvert -5$ L = {-5 }
	$0 = x^2 + 12x + 36$ $0 = x^2 - 24x + 144$ $0 = x^2 + 3x + 2{,}25$ $0 = x^2 - 0{,}8x + 0{,}16$	$(x + 6)^2 = 0$. L = {-6 } $(x - 12)^2 = 0$. L = {12 } $(x + 1{,}5)^2 = 0$. L = {-1,5 } $(x - 0{,}4)^2 = 0$. L = {0,4 }
	http://www.mathe-trainer.de/Klasse9/Quadratische_Gleichungen/Aufgabensammlung.htm	
B3	… gemischt quadratische Gleichungen der Form $(x \pm d)^2 = c$ lösen.	
	Gib die Lösungsmenge an. $(x + 5)^2 = 144$ $(x - 5)^2 = 144$ $(x + 5)^2 = 0$	$(x + 5)^2 = 144 \mid \sqrt{\ }$ $x_1 + 5 = 12 \quad \mid -5$ $x_1 = 7$ $x_2 + 5 = -12 \quad \mid -5$ $x_2 = -17$ L = { 7 ; -17 } $(x - 5)^2 = 144 \mid \sqrt{\ }$ $x_1 - 5 = 12 \quad \mid +5$ $x_1 = 17$ $x_2 - 5 = -12 \quad \mid +5$ $x_2 = -7$ L = { -7 ; 17 } $(x - 5)^2 = 0 \mid \sqrt{\ }$ $x - 5 = 0 \quad \mid +5$ $x = 5$ L = { 5 }
	Welche Zahlen sind Lösung der Gleichung? a) $(x+2)^2 = 25$ ☐ 3; ☐ -3; ☐ -7; ☐ 5 b) $(3x-6)^2 = 9$ ☐ 3; ☐ 5; ☐ -1; ☐ 1	a) ☒ 3; ☐ -3; ☒ -7; ☐ 5 b) ☒ 3; ☐ 5; ☐ -1; ☒ 1
	Bestimme die Lösungen. a) $(x - 1)^2 = 4$	a) -1;3 b) 5; -9

	b) $(2 + x)^2 = 49$ c) $(x - 5)^2 = 0$ d) $x^2 + 2x = 0$ e) $2x^2 + 3x = 0$ f) $x^2 + 15 = -1$ g) $x^2 = x^2 + 1$ h) $(2w - 1)^2 = 81$	c) 5 d) 0; -2 e) 0; $-\frac{3}{2}$ f) - g) - h) 5; -4
	Kreuze an. Die Gleichung a) $x^2 = 16$ hat dieselben Lösungen wie A: $x = 4$, B: $x^2 - 16 = 0$, C: $16 - x^2 = 0$, D: $16 + x^2 = 0$ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D b) $3x^2 = 27$ hat die gleichen Lösungen wie A: $x^2 = 9$;: B: $x = \sqrt{9}$; C: $x^2 = 24$; D: $x^2 = \frac{27}{3}$ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D c) $(x + 5)^2 = 100$ hat dieselben Lösungen wie A: $x + 5 = 10$, B: $x^2 + 25 = 100$, C: $x^2 = 95$, D: $x + 5 = \pm 10$ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D	a) ☐ A ☒ B ☒ C ☐ D b) ☒ A ☐ B ☐ C ☒ D c) ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D
	http://www.mathe-trainer.de/Klasse9/Quadratische_Gleichungen/Aufgabensammlung.htm	
B4	… gemischt quadratischen Gleichungen lösen mit der der quadratischen Ergänzung	
	Führe die quadratische Ergänzung durch, bringe die Gleichungen auf die Form $(x + d)^2 = c$ und löse sie. a) $x^2 + 8x = -7$ b) $x^2 - 16x + 48 = 0$	a) $x^2 + 8x = -7$ |+ 16 $x^2 + 8x + 16 = 9$ | T $(x + 4)^2 = 3$ | $\sqrt{\ }$ $x_1 + 4 = 3$ | -4 $x_1 = -1$ $x_2 + 4 = -3$ | -4 $x_2 = -7$ $L = \{-1; -7\}$ b) $x^2 - 16x + 48 = 0$ |- 48 $x^2 - 16x = -48$ |+ 64 $x^2 - 16x + 64 = 16$ |T $(x - 8)^2 = 16$ | $\sqrt{\ }$

		$x_1 - 8 = 4 \quad | +8$ $x_1 = 12$ $x_2 - 8 = -4 \quad | +8$ $x_2 = 4 \quad L = \{ 4 ; 12 \}$
B5	… gemischt quadratischen Gleichungen lösen mit der pq-**Lösungsformel**	
	Bringe die Gleichungen in die Form $x^2 + px + q = 0$ a.) $13x^2 + 39x = 130$ b.) $4x^2 - 2x - 240 = 6x - 48$ c.) $(3x - 6)^2 = (2x - 3)(3x - 7) + 5x$	 $L = \{ 2 ; -5 \}$ $L = \{ 8 ; -6 \}$ $L = \{ 5 ; 1 \}$
	http://www.mathe-trainer.de/Klasse9/Quadratische_Gleichungen/Aufgabensammlung.htm	

C1	Anwendungsaufgaben	
	siehe Anhang	
C2	quadratische Gleichungen aus der Lösungsmenge aufstellen durch die Linearfaktorenzerlegung.	
C3	Ich kann den Satz von Vieta anwenden.	
	Löse die folgenden Gleichungen und prüfe mit dem Satz von Vieta a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $x^2 - 6x - 27 = 0$ c) $x^2 + 3x - 12 = 0$	$x_1 = 2$ und $x_2 = 3x$ $x_1 = -3$ und $x_2 = 9x$ $x_1 = 3$ und $x_2 = -12x$ für sie gilt: $x_1 + x_2 = -9$ $x_1 \cdot x_2 = -36.$
6		

ANHANG

C1	Anwendungsaufgaben	

Zahlenrätsel:

1.) Die Summe aus einer natürlichen Zahl und ihrer Quadratzahl beträgt 650. Wie heißt die Zahl?

2.) Das Produkt zweier aufeinander folgender ganzer Zahlen ist 240. Wie heißen die ganzen Zahlen? Gib alle Möglichkeiten an.

3.) Verringert man eine natürliche Zahl um 5 und multipliziert das Ergebnis mit der um 2 vergrößerten Zahl, so erhält man 408. Wie heißt diese natürliche Zahl?

4.) Das Produkt zweier aufeinander folgender ganzer Zahlen ist um 55 größer als deren Summe. Wie heißen diese ganze Zahlen? Gib alle Möglichkeiten an.

Geometrische Aufgaben:

1.) Ein Dreieck besitzt einen Flächeninhalt von 36 cm^2. Die Grundseite ist um 1 cm länger als die zugehörige Höhe. Wie lang sind die Höhe und die Grundseite?

2.) Eine Seite eines Rechtecks ist um 6 cm länger als die andere. Das Rechteck besitzt einen Flächeninhalt von 1216 cm^2. Wie lang sind die Rechteckseiten?

3.) Bei einem Trapez, dessen eine Grundseite genau so lang ist wie die Höhe und dessen andere Grundseite 15 cm lang ist, beträgt der Flächeninhalt 77 cm^2. Wie lang sind die Grundseite und die Höhe?

4.) Der Umfang eines Rechtecks beträgt 134 cm, der Flächeninhalt 1050 cm^2. Wie lang sind die Rechteckseiten?

5.) Verlängert man die Seite eines Quadrats um 3 m und verkürzt die andere Seite um 1 m, so entsteht ein Rechteck mit einem Flächeninhalt von 21 m^2. Welche Seitenlänge besitzt das Quadrat?

6.) In ein Quadrat mit der Seitenlänge 5 cm soll ein gleichseitiges Dreieck gezeichnet werden, so dass alle Ecken auf den Quadratseiten liegen. Eine Ecke des Dreiecks soll dabei mit einer Ecke des Quadrats identisch sein. Wie lang ist die Dreieckseite? Wie lang ist die Höhe dieses Dreiecks? Welchen Flächeninhalt besitzt dieses Dreieck? Welchen Umfang besitzt diese Dreieck? Wie hoch ist der Prozentsatz für die Fläche des Dreiecks in Bezug zur Fläche des Quadrats?

7.) Ein rechteckiger Garten ist 25 m lang und 15 m breit. Um ihn herum führt ein Weg mit gleichbleibender Breite. Dieser Weg beansprucht eine Fläche von 84 m^2. Wie breit ist dieser Weg?

Rechteck und Quadrat

Ein an einer Straßenkreuzung liegendes Grundstück, das 38m länger als breit ist, wird infolge einer Verbreiterung der Straßen in der Länge um 2,50m und in der Breite um 3,50m verkürzt. Der Flächeninhalt des Grundstücks beträgt nun noch 2535,75m^2.
Wie lang waren die Seiten des Rechtecks?

x: Die Breite des ursprünglichen Grundstücks in m   Gleichung: (x -3,5)(x + 38 -2,5) = 2535,75
Lösungsmenge: L = {-70 ; 38}   -> Breite 38m Länge 72 m

Klassenfahrt

Für eine Klassenfahrt wurde mit einem Busunternehmer ein Festpreis von 3500 € ausgehandelt. Da kurz vor Antritt der Reise 3 Schüler krankheitsbedingt die Reise absagen
mussten, erhöht sich der Preis pro Schüler um 15 €. Wie viele Schüler nehmen tatsächlich an der Fahrt teil?   **L = { 25}** ***Es nehmen 25 Schüler an der Fahrt teil.***

Arbeitshefte

Herr Zöller kauft für die KHS linierte und karierte Arbeitshefte, insgesamt 2400 Stück. Für die linierten Hefte
bezahlt er 1200 €, für die karierten 810 €. Weil sie von größerem Nutzen sind, sind die karierten Hefte 10 Cent
teurer als die linierten. Wie viele Hefte von jeder Sorte hatte Herr Zöller bestellt?

Er bestellt 1500 linierte und 900 karierte Hefte.