Ma 9	Max-Delbrück-Gymnasium	**2. Klassenarbeit** **A**	Name
Langner		**Quadratische Gleichungen**	Datum: 26.11.2020

Hinweis: Beachte, dass die Lösungswege nachvollziehbar und textlich angemessen kommentiert werden. Achte auf korrekte Fachsprache und Symbolschreibweise. Die Rechenwegesind nachvollziehbar darzustellen. Die äußere Form wird mit **2 Punkten** bewertet (Zahlen, Schrift und Symbole sind lesbar, ein 3cm Rand, Falsches wird durchgestrichen, Zeichnungen mit spitzem Bleistift anfertigen). Hilfsmittel: Taschenrechner

1. Aufgabe (ca. 42%)

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen. (ca. 35%)

a) $y^2 - 4y + 4 = 25$ — Verwende **nicht** die pq-Lösungsformel.

b) $0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1 = 0{,}5x - 2$ — Lösungsverfahren beliebig wählbar.

c) $1000a = 8a^2$ — Verwende **nicht** die pq-Lösungsformel.

d) $7c^2 - 2 = 3c^2 + 12$ — Lösungsverfahren beliebig wählbar.

2. Aufgabe (ca. 12%)

a) Gib eine quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ an, die folgende Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{-2; 8\}$ hat.

b) Bestimme <u>begründet</u> die Lösungsmenge von $x \cdot (x-4) \cdot (x+1) \cdot (2x-5) = 0.$

3. Aufgabe. (ca. 30%)

a) Das fünffache einer natürlichen Zahl vermehrt um 14 ergibt das Quadrat der Zahl.

b) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6cm und 5cm. Verkürze alle Seiten um jeweils dieselbe Länge, so dass der Flächeninhalt $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Inhalts beträgt. Wie lang und breit muss das Rechteck sein?

4. Aufgabe. (ca. 12%)

Gegeben ist die Gleichung $x^2 - 6x + 3k = 0$ (k ist eine reelle Zahl). Bestimme die Zahl k so, dass die entstehende Gleichung

- **genau eine**
- **keine** Lösung hat.

Zusatz

a) Löse folgende Gleichung. **(2 Pkt.)**

$$\frac{0{,}5x + 4}{x + 8} = \frac{x}{2}$$

b) Clara kann nicht mehr erkennen, was als erste Zahl in der Klammer stand. Sie erinnert sich aber genau, dass die Gleichung nicht zwei sondern nur eine – und zwar eine positive – Lösung hatte. Wie heißt die unleserliche Zahl? $x \cdot (\boxed{} - 2x) = 18$ **(3 Pkt.)**

c) In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse 29 cm lang und die Höhe hat die Länge 10 cm. Wie lang sind die beiden Hypotenusenabschnitte? (4 **Pkt.)**

Punkte	Prozent	Note

Ma 9	Max-Delbrück-Gymnasium	**2. Klassenarbeit** **B**	Name
Langner		**Quadratische Gleichungen**	Datum: 26.11.2020

Hinweis: Beachte, dass die Lösungswege nachvollziehbar und textlich angemessen kommentiert werden. Achte auf korrekte Fachsprache und Symbolschreibweise. Die Rechenwegesind nachvollziehbar darzustellen. Die äußere Form wird mit **2 Punkten** bewertet (Zahlen, Schrift und Symbole sind lesbar, ein 3cm Rand, Falsches wird durchgestrichen, Zeichnungen mit spitzem Bleistift anfertigen). Hilfsmittel: Taschenrechner

1. Aufgabe (ca. 42%)

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen. (ca. 35%)

a) $x^2 - 6x + 9 = 36$ Verwende **nicht** die pq-Lösungsformel.

b) $0,5y - 2 = 0,25y^2 + 2,5y + 1$ Lösungsverfahren beliebig wählbar.

c) $1125b = 9b^2$ Verwende **nicht** die pq-Lösungsformel.

d) $9a^2 - 4 = 5a^2 + 14$ Lösungsverfahren beliebig wählbar.

2. Aufgabe (ca. 12%)

a) Gib eine quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ an, die folgende Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{7; -3\}$ hat.

b) Bestimme <u>begründet</u> die Lösungsmenge von $x \cdot (x+2) \cdot (2x-7) \cdot (x-3) = 0$.

3. Aufgabe. (ca. 30%)

a) Das zehnfache einer natürlichen Zahl vermindert um 9 ergibt das Quadrat der Zahl.

b) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6cm und 5cm. Verkürze alle Seiten um jeweils dieselbe Länge, so dass der Flächeninhalt $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Inhalts beträgt. Wie lang und breit muss das Rechteck sein?

4. Aufgabe. (ca. 12%)

Gegeben ist die Gleichung $x^2 - 8x + 2k = 0$ (k ist eine reelle Zahl). Bestimme die Zahl k so, dass die entstehende Gleichung

- **genau eine**
- **keine** Lösung hat.

Zusatz

a) Löse folgende Gleichung. **(2 Pkt.)**

$$\frac{0,5x + 4}{x + 8} = \frac{x}{2}$$

b) Clara kann nicht mehr erkennen, was als erste Zahl in der Klammer stand. Sie erinnert sich aber genau, dass die Gleichung nicht zwei sondern nur eine – und zwar eine positive – Lösung hatte. Wie heißt die unleserliche Zahl? $x \cdot (\boxed{} - 2x) = 18$ **(3 Pkt.)**

c) In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse 29 cm lang und die Höhe hat die Länge 10 cm. Wie lang sind die beiden Hypotenusenabschnitte? (4 **Pkt.)**

Punkte	Prozent	Note

LÖSUNGEN

A

Nr	Ko	Aufgaben	BE
1	II	$y^2 - 4y + 4 = 25$ nicht die Lf -> BF $(y-2)^2 = 25$ $\lvert y-2\rvert = 5$ $y - 2 = \mp 5$ $y_1 = 7$ $y_2 = -3$ $\mathbb{L} = \{-3; 7\}$	5
b	I	$0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1 = 0{,}5x - 2$ Lf beliebig $0{,}25x^2 + 2x + 3 = 0$ -> $x^2 + 8x + 12 = 0$ $x_{1/2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{4^2 - 12} = -4 \pm \sqrt{4} = -4 \pm 2$ $x_1 = -2$ $x_2 = -6$ $\mathbb{L} = \{-2; -6\}$	7
c	II	$1000a = 8a^2$ Lf beliebig $0 = 8a^2 - 1000a$ $a(8a - 1000) = 0$ $a_1 = 0$ $a_2 = \frac{1000}{8} = 125$ $\mathbb{L} = \{0; 125\}$	5
d	I	$7c^2 - 2 = 3c^2 + 12$ nicht Lf $4c^2 - 14 = 0$ $(c)^2 = \frac{14}{4} = 3{,}5$ $\lvert c\rvert = 1{,}87$ $c_1 = 1{,}87$ $y_2 = -1{,}87$ $\mathbb{L} = \{-1{,}87; 1{,}87\}$	4
			21
2	I	$\mathbb{L} = \{-2; 8\}$ $(x+2)(x-8) = 0$ $\rightarrow$ $x^2 - 6x - 16 = 0$	2
	III	$x \cdot (x-4) \cdot (x+1) \cdot (2x-5) = 0$ Ein Produkt wird Null, wenn jeweils ein Faktor Null wird -> vier Faktoren -> 4 Lsg. $x_1 = 0$ $x_2 = 4$ $x_3 = -1$ $x_4 = 2{,}5$	4
			6
3a	II	Das fünffache einer natürlichen Zahl vermehrt um 14 ergibt das Quadrat der Zahl. $5x + 14 = x^2$ $x^2 - 5x - 14 = 0$ -> $x_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{2{,}5^2 + 14} = 2{,}5 \pm 4{,}5$ $x_1 = -2$ entfällt $x_2 = 7$ $\mathbb{L} = \{7\}$	6
b	III	A=5 cm·6 cm=30 cm² 2/3·30 cm²=20 cm² Seitenlängen sind: 5-x und 6-x. Es gilt also: (5−x)·(6−x)=20 $x^2 - 11x + 30 = 20$ $x^2 - 11x + 10 = 0$ -> $x_{1/2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{5{,}5^2 - 10} = 5{,}5 \pm 4{,}5$	9

		x_1=10 entfällt, da in der Probe 5-10 eine negative Zahl Lösung ist x_2=1 Die Seitenlängen betragen also 4 cm und 5 cm.	
			15
4	II	$x^2 - 8x + 2k = 0$ $x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-2k}$ **genau eine** Lösung. $x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-2*8} = 4 \pm \sqrt{0} = 4 \quad k = 8$ **keine** Lösung $x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-2*10} = 4 \pm \sqrt{-4} \rightarrow n.l.$	6
			6
Z			
Z		$x \cdot (\boxed{a} - 2x) = 18$ eine Lösung $x*a - 2x^2 = 18 \rightarrow 0 = 2x^2 - ax + 18 \rightarrow \quad 0 = x^2 - \frac{a}{2}x + 9$ $x_{\frac{1}{2}} = \frac{a}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 - 9} \quad \rightarrow für\ a = 12 \rightarrow \sqrt{\left(\frac{12}{4}\right)^2 - 9} = \sqrt{(3)^2 - 9} = \sqrt{0} = 0$ $\rightarrow Diskriminante\ Null \rightarrow genau\ eine\ Lösung$	
Z	III	In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse 29 cm lang und die Höhe hat die Länge 10 cm. Wie lang sind die beiden Hypotenusenabschnitte? c= p+q → 29 = p+q $h^2 = p*q \rightarrow h^2 = (c-p)p \rightarrow$ $100 = (29-p)p = 29p - p^2 \rightarrow 0 = p^2 - 29p + 100$ $p_{1/2} = 14{,}5 \pm \sqrt{14{,}5^2 - 100} = 14{,}5 \pm 10{,}5$ $p_1 = 25 \quad p_2 = 4$ $q = 4 \quad q_2 = 25$	
			48
		FORM	2
			50

LÖSUNGEN

B

1	$y^2 - 4y + 4 = 25$ nicht die Lf -> BF $(y-2)^2 = 25$ $\lvert y-2 \rvert = 5$ $y - 2 = \mp 5 \quad y_1 = 7 \quad y_2 = -3 \quad \mathbb{L} = \{-3; 7\}$	
b	$0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1 = 0{,}5x - 2$ Lf beliebig $0{,}25x^2 + 2x + 3 = 0$ -> $x^2 + 8x + 12 = 0$	

	$x_{1/2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{4^2 - 12} = -4 \pm \sqrt{4} = -4 \pm 2$ $x_1 = -2 \quad x_2 = -6 \quad \mathbb{L} = \{-2; -6\}$	
c	$1000a = 8a^2$ Lf beliebig $0 = 8a^2 - 1000a$ $a(8a - 1000) = 0 \qquad a_1 = 0 \quad a_2 = \frac{1000}{8} = 125 \qquad \mathbb{L} = \{0; 125\}$	
d	$7c^2 - 2 = 3c^2 + 12$ nicht Lf $4c^2 - 14 = 0$ $(c)^2 = \frac{14}{4} = 3{,}5$ $\lvert c \rvert = 1{,}87 \qquad c_1 = 1{,}87 \quad y_2 = -1{,}87 \quad \mathbb{L} = \{-1{,}87; 1{,}87\}$	
	$\mathbb{L} = \{-2; 8\}$ $(x + 2)(x - 8) = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 6x - 16 = 0$	
	$x \cdot (x - 4) \cdot (x + 1) \cdot (2x - 5) = 0$ Ein Produkt wird Null, wenn jeweils ein Faktor Null wird -> vier Faktoren -> 4 Lsg. $x_1 = 0 \quad x_2 = 4 \quad x_3 = -1 \quad x_4 = 2{,}5$	
5		
a	Das fünffache einer positiven Zahl vermehrt um 14 ergibt das Quadrat der Zahl. $5x + 14 = x^2$ $x^2 - 5x - 14 = 0$ -> $x_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{2{,}5^2 + 14} = 2{,}5 \pm 4{,}5$ $x_1 = -2 \quad x_2 = 7 \quad \mathbb{L} = \{-2; 7\}$	
c	A=5 cm·6 cm=30 cm^2 2/3·30 cm^2=20 cm^2 Seitenlängen sind: 5-x und 6-x. Es gilt also: (5−x)·(6−x)=20 $(x-5{,}5)^2 = 20{,}25$ 1. Lösung: x-5,5=4,5. ⇒. $x_1 = 10$ 2. Lösung: x−5,5=−4,5⇒$x_2 = 1$ Die neuen Seitenlängen betragen also 4 cm und 5 cm.	
a	$\frac{0{,}5x + 4}{x + 8} = \frac{x}{2} \rightarrow 2(0{,}5x + 4) = x(x + 8) \rightarrow x + 8 = x^2 + 8x. \rightarrow x^2 + 7x - 8$ $x_{1/2} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{3{,}5^2 + 8} = -3{,}5 \pm 4{,}5$ $x_1 = -8 \quad x_2 = 1 \quad \mathbb{L} = \{-8; 1\}$	3

b	x · ($\boxed{a}$ − 2x) = 18 eine Lösung $x * a - 2x^2 = 18 \rightarrow 0 = 2x^2 - ax + 18 \rightarrow \quad 0 = x^2 - \frac{a}{2}x + 9$ $x_{\frac{1}{2}} = \frac{a}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 - 9} \quad \rightarrow f\ddot{u}r\ a = 12 \rightarrow \sqrt{\left(\frac{12}{4}\right)^2 - 9} = \sqrt{(3)^2 - 9} = \sqrt{0} = 0$ $\rightarrow Diskriminante\ Null \rightarrow genau\ eine\ Lösung$	3
Z	In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse 29 cm lang und die Höhe hat die Länge 10 cm. Wie lang sind die beiden Hypotenusenabschnitte? c= p+q → 29 = p+q $h^2 = p * q \rightarrow h^2 = (c-p)p \rightarrow$ $100 = (29-p)p = 29p - p^2 \rightarrow 0 = p^2 - 29p + 100$ $p_{1/2} = 14{,}5 \pm \sqrt{14{,}5^2 - 100} = 14{,}5 \pm 10{,}5$ $p_1 = 25 \quad p_2 = 4$ $q = 4 \quad q_2 = 25$	3