Bestimme die Lösungsmengen der folgenden quadratischen Gleichungen mit dem vorteilhaftesten Verfahren:

a	b	c
$x^2 - 4,5x + 2 = 0$	$x^2 + 4,25x + 1 = 0$	$x^2 = 5x$
d	**e**	**f**
$3x^2 + 12 = -12x$	$4x^2 - 4x = 24$	$\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{2}{3} = 0$
g	**h**	**i**
$x^2 + 6x = -8$	$x^2 - 8x + 16 = 0$	$2x^2 - 2x = 40$
j	**k**	**l**
$x^2 + \frac{1}{2}x = 0$	$9x^2 + 3x = 2$	$x^2 + 21 = -10x$

LÖSUNGEN

$$x^2 - 4,5x + 2 = 0$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden.Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch denspeziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen.

$$x^2 + 4,25x + 1 = 0$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden.Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch denspeziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$x^2 = 5x$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt. Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Dies gelingt durch folgende Umformung:
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Das ist hier der Fall.

Im einfachsten Fall kann man jetzt den Faktor x ausklammern. Das ist hier möglich:

Die Umformungen haben zu dem Ergebnis geführt, dass auf einer der Seiten der Gleichung ein Produkt, auf der anderen Seite 0 steht. Jetzt hilft die Erkenntnis weiter, dass ein Produnkt genau dann den Wert 0 hat, wenn einer der Faktoren den Wert 0 hat

$$3x^2 + 12 = -12x$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt. Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Dies gelingt durch folgende Umformung:
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Folgender Umformungsschritt ist erforderlich:

Im einfachsten Fall kann man jetzt den Faktor x ausklammern. Da dies nicht möglich ist, untersucht man, ob eine der binomischen Formeln anwendbar ist. Das ist hier möglich:

Die Umformungen haben zu dem Ergebnis geführt, dass auf einer der Seiten der Gleichung ein Produkt, auf der anderen Seite 0 steht. Jetzt hilft die Erkenntnis weiter, dass ein Produnkt genau dann den Wert 0 hat, wenn einer der Faktoren den Wert 0 hat

$$4x^2 - 4x = 24$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{2}{3} = 0$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt. Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Folgender Umformungsschritt ist erforderlich:

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden.Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$x^2 + 6x = -8$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden. Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Im einfachsten Fall kann man jetzt den Faktor x ausklammern. Da dies nicht möglich ist, untersucht man, ob eine der binomischen Formeln anwendbar ist. Das ist hier möglich:

Die Umformungen haben zu dem Ergebnis geführt, dass auf einer der Seiten der Gleichung ein Produkt, auf der anderen Seite 0 steht. Jetzt hilft die Erkenntnis weiter, dass ein Produnkt genau dann den Wert 0 hat, wenn einer der Faktoren den Wert 0 hat

$$2x^2 - 2x = 40$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden. Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$x^2 + \frac{1}{2}x = 0$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Im einfachsten Fall kann man jetzt den Faktor x ausklammern. Das ist hier möglich:

Die Umformungen haben zu dem Ergebnis geführt, dass auf einer der Seiten der Gleichung ein Produkt, auf der anderen Seite 0 steht. Jetzt hilft die Erkenntnis weiter, dass ein Produnkt genau dann den Wert 0 hat, wenn einer der Faktoren den Wert 0 hat

$$9x^2 + 3x = 2$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt. Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Dies gelingt durch folgende Umformung:
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Folgender Umformungsschritt ist erforderlich:

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden.Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

$$x^2 + 21 = -10x$$

Zunächst muss dafür gesorgt werden, dass die quadratische Gleichung in der Normalform, also in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt.Zwei Dinge müssen unbedingt gegeben sein:

1. Auf einer Seite der Gleichung muss die Zahl 0 stehen. Das ist hier schon der Fall.
2. Die Zahl, die als Faktor vor x^2 steht (der Koeffizient von x^2) muss den Wert 1 haben. Auch das ist hier schon der Fall.

Da man weder den Faktor x ausklammern noch eine der binomischen Formeln anwenden kann, versucht man die Lösung mit Hilfe des Satzes des Vieta zu finden. Hierzu muss man zwei Zahlen suchen, die miteinander multipliziert den Wert q haben und deren Summe den Wert (-p) hat. Solche Zahlen lassen sich nicht ohne weiteres finden. In diesem Fall muss man die Lösung mit Hilfe der pq-Formel ermitteln:

Beim Einsetzen der Werte in die pq-Formel sollte man sehr sorgfältig sein. Es hat sich bewährt, im ersten Schritt ganz stur jedes p und jedes q durch den speziellen Wert zu ersetzen. Besonders wichtig ist dies beim Einsetzen negativer Zahlen! Erst anschließend sollte man dann weitere Vereinfachungen vornehmen

a	b	c
$x^2 - 4{,}5x + 2 = 0$ $p = -4{,}5; \quad q = +2$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $x_{1/2} = -\frac{-4{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4{,}5}{2}\right)^2 - 2}$ $x_{1/2} = 2{,}25 \pm \sqrt{(-2{,}25)^2 - 2}$ $x_{1/2} = 2{,}25 \pm \sqrt{3{,}0625}$ $x_1 = 2{,}25 + 1{,}75 = 4$ $x_2 = 2{,}25 - 1{,}75 = 0{,}5$ $L = \{0{,}5;\ 4\}$	$x^2 + 4{,}25x + 1 = 0$ $p = 4{,}25; \ q = 1$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $x_{1/2} = -\frac{4{,}25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4{,}25}{2}\right)^2 - 1}$ $x_{1/2} = -2{,}125 \pm \sqrt{(2{,}125)^2 - 1}$ $x_{1/2} = -2{,}125 \pm \sqrt{3{,}515625}$ $x_1 = -2{,}125 + 1{,}875 = -0{,}25$ $x_1 = -2{,}125 - 1{,}875 = -4$ $L = \{-4;\ -0{,}25\}$	$x^2 = 5x \qquad \mid -5x$ $x^2 - 5x = 0$ $x \cdot (x - 5) = 0$ $x = 0 \ \vee \ x - 5 = 0$ $x = 0 \ \vee \ x = 5$ $L = \{0; 5\}$

d	e	f
$3x^2 + 12 = -12x \quad \vert +12x$ $\Leftrightarrow \quad 3x^2 + 12x + 12 = 0 \quad \vert :3$ $\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow \quad (x+2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \quad x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \quad x = -2$ $L = \{-2\}$	$4x^2 - 4x = 24 \quad \vert -24$ $\Leftrightarrow \quad 4x^2 - 4x - 24 = 0 \quad \vert :4$ $\Leftrightarrow \quad x^2 - x - 6 = 0$ $\lceil p = -1;\ q = -6$ $\lfloor \text{Also}: x_1 = 3 \wedge x_2 = -2$ $L = \{-2;\ 3\}$	$\frac{1}{3}x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{2}{3} = 0 \quad \vert \cdot 3$ $\Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{7}{2}x - 2 = 0$ $\left[\begin{array}{l} p = -\frac{7}{2};\ q = -2 \\ x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \end{array}\right]$ $x_{1/2} = -\frac{-\frac{7}{2}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{7}{2}}{2}\right)^2 - (-2)}$ $x_{1/2} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\left(-\frac{7}{4}\right)^2 + 2}$ $x_{1/2} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} + \frac{32}{16}}$ $x_{1/2} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16}}$ $x_{1/2} = \frac{7}{4} \pm \frac{9}{4}$ $x_1 = \frac{7}{4} + \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4$ $x_2 = \frac{7}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ $L = \left\{-\frac{1}{2};\ 4\right\}$

g	h	i
$x^2 + 6x = -8 \quad \mid +8$ $x^2 + 6x + 8 = 0$ $p = 6;\ q = 8$ Also: $x_1 = -4 \ \wedge\ x_2 = -2$ $L = \{-4;\ -2\}$	$x^2 - 8x + 16 = 0$ $(x-4)^2 = 0$ $x - 4 = 0$ $x = 4$ $L = \{4\}$	$2x^2 - 2x = 40 \quad \mid -40$ $2x^2 - 2x - 40 = 0 \quad \mid : 2$ $x^2 - x - 20 = 0$ $p = -1;\ q = -20$ Also: $x_1 = 4 \ \wedge\ x_2 = -5$ $L = \{-4;\ 5\}$

j	k	l
$x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ $x(x + \frac{1}{2}) = 0$ $x = 0 \vee x + \frac{1}{2} = 0$ $x = 0 \vee x = -\frac{1}{2}$ $L = \left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$	$9x^2 + 3x = 2 \quad \vert -2$ $9x^2 + 3x - 2 = 0 \quad \vert :9$ $x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0$ $\left[\begin{array}{l} p = \frac{1}{3}; \quad q = -\frac{2}{9} \\ x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \end{array}\right]$ $x_{1/2} = -\frac{\frac{1}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{3}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{2}{9}\right)}$ $x_{1/2} = -\frac{1}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{2}{9}}$ $x_{1/2} = -\frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{8}{36}}$ $x_{1/2} = -\frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{9}{36}}$ $x_{1/2} = -\frac{1}{6} \pm \frac{3}{6}$ $x_1 = -\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $x_2 = -\frac{1}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ $L = \left\{-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right\}$	$x^2 + 21 = -10x \quad \vert +10x$ $x^2 + 10x + 21 = 0$ $\left[p = 10; \quad q = 21\right.$ $\left[\text{Also}: x_1 = -3 \wedge x_2 = -7\right.$ $L = \{-7; -3\}$