Kompetenzraster Quadratwurzeln und reelle Zahlen. Jahrgangsstufe 9: Modul P1 - Neue Zahlen entdecken

	Ich kann…	Übungsaufgaben	Materialien	☺	☹
1	… erklären, was in der Mathematik eine (Quadrat-)Wurzel ist und die Begriffe richtig verwenden	1. Das Wurzelziehen ist die Umkehrung zum... 2. Man fragt: "Welche Zahl, die mit sich selbst … wird, ergibt den Wert unter dem Wurzelzeichen?" 3. Der Wert unter dem Wurzelzeichen heißt … 4. Quadratwurzeln können … **und** … Ergebnisse haben. 5. Quadratwurzeln können nicht aus negativen ... gebildet werden.	LB/S.10		
2	… einfache Quadratwurzeln im Kopf berechnen.	Berechne. a) $\sqrt{36} =$ b) $\sqrt{1,21} =$ c) $\sqrt{\frac{1}{9}} =$ d) $\sqrt{\frac{25}{64}} =$ e) $\sqrt{0,0001} =$	Internet *https://mathe.aufgabenfuchs.de/potenz/wurzel.shtml*		
3	.. Näherungswerte für Quadratwurzeln mit • der Intervallschachtelung, • nach HERON bestimmen.	Wie viel ist $\sqrt{10}$? Berechne die ersten auf drei Nachkommastellen genau mit der Intervallschachtelung, bzw. nach HERON. Wie viel ist $\sqrt{10}$?	LB S.19 LB S. 20		

<table>
<tr>
<td>4</td>
<td>…Zahlen zum entsprechenden Zahlenbereich zuordnen und die Beispiele von Zahlen aus den Zahlenbereichen nennen.</td>
<td>
Zu welchen Zahlenbereiche gehören die folgenden Zahlen? Kreuze an.
<table>
<tr><th></th><th>$\mathbb{N}$</th><th>$\mathbb{Q}+$</th><th>$\mathbb{Z}$</th><th>$\mathbb{Q}$</th><th>$\mathbb{I}$rrat. Zahlen</th><th>$\mathbb{R}$</th></tr>
<tr><td>-5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4,6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{10}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{0{,}16}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Sind die folgenden Aussagen richtig oder ein kompletter Blödsinn?
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>Richtig</th><th>Falsch</th></tr>
<tr><td>$-4-4$ ist eine natürliche Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jede rationale Zahl ist eine natürliche Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jede ganze Zahl ist eine rationale Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zwischen zwei natürlichen Zahlen liegt stets eine weitere natürliche Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Wenn man zwei natürliche Zahlen addiert, erhält man immer eine natürliche Zahl als Ergebnis.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zwischen zwei rationalen Zahlen liegt stets eine weitere rationale Zahl</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>https://www.mathespass.at/klasse4/zahlen_zahlenbereiche_uebungen.php</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>Wenn man zwei ganze Zahlen durcheinander dividiert, erhält man stets eine ganze Zahl als Ergebnis.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$4-\sqrt{4}$ ist eine ganze Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jede reelle Zahl ist eine irrationale Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jede irrationale Zahl ist eine reelle Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jede irrationale Zahl ist auch eine rationale Zahl.</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>… Wurzeln aus Termen mit Zahlen und Variablen ziehen.</td>
<td>Vereinfache ($a \in R$):
a) $\sqrt{a^2}$ b) $\sqrt{-2a^2}$ c) $\left(\sqrt{3-a}\right)^2$</td>
<td>LB S.. 27 Information
LB S.28 Ü 4
LB S.29 Ü 10</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

6	Wurzelterme mit Variablen addieren / subtrahieren und teilweise die Wurzel ziehen	Zwei Wurzeln werden addiert, indem man ihre Koeffizienten addiert und den Wurzelexponenten und den Radikanden beibehält. $b\cdot\sqrt{a}+c\cdot\sqrt{a}=(b+c)\cdot\sqrt{a}$ Beispiele: $7\cdot\sqrt{a}+2\cdot\sqrt{a}=9\cdot\sqrt{a}$ $12\cdot\sqrt{ab}+5\cdot\sqrt{ab}=17\cdot\sqrt{ab}$ $\sqrt{2b}+\sqrt{2b}=2\cdot\sqrt{2b}$ $10\cdot\sqrt{3b}-2\cdot\sqrt{3b}=8\cdot\sqrt{3b}$ $5\cdot\sqrt{5c}-\sqrt{5c}=4\cdot\sqrt{5c}$ $3\cdot\sqrt{x}-3\sqrt{x}=0$	LB S.25 Ü 13; 14		
7	… Wurzelterme mit Variablen multiplizieren / dividieren und teilweise die Wurzel ziehen.	Vereinfache (a, b∈R): a) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a^3}$ b) $\sqrt{5a}\cdot\sqrt{20a^4}$ c) $\sqrt{a}:\sqrt{ab^2}$ a) Vereinfache durch teilweises Wurzelziehen (a, b∈ℝ): $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{\frac{a^2}{b}}$; $\sqrt{18ab^4}$	S. 29 Ü 7 bis 9 Ü 13 S. 28 Information S. 29 Ü 11, 12		
8	… Wurzelterme mit Klammern umformen. (Distributivgesetz; Binomische Formeln)	a) Löse die Klammern auf: (1) $\left(3\sqrt{7}+\frac{3}{4}\right)\cdot\sqrt{7}$ (2) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$	S. 31 Zum Erarbeiten S. 32 Ü 1, 2, 4, 5; 6; 7		

9	… Definitionsmengen von Wurzeltermen bestimmen.	Bestimme die Definitionsmenge: a) $\sqrt{x+8}$ b) $\sqrt{6+3x}$	S. 30 Ü 15		
10	… Wurzelgleichungen lösen.	Bestimme die Lösungsmenge der Geleichung. a) $\sqrt{4x+7}=3$ b) $\sqrt{4x^2+4}-2 = 2x$	S. 38 Information S. 38 Ü 1		
	…				
	…				

LÖSUNGEN

1	1. Das Wurzelziehen ist die Umkehrung zum Potenzieren. 2. Man fragt: "Welche Zahl, die mit sich selbst multipliziert wird, ergibt den Wert unter dem Wurzelzeichen?" 3. Der Wert unter dem Wurzelzeichen heißt Radikant. 4. Quadratwurzeln können positive **und** negative Ergebnisse haben. 5. Quadratwurzeln können nicht aus negativen Radikand gebildet werden.
2	a) $\sqrt{36}=6$ b) $\sqrt{1,21}=1,1$ c) $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$ d) $\sqrt{\frac{25}{64}}=\frac{5}{8}$ e) $\sqrt{0,0001}=0,01$
3	$\sqrt{10}$

Begonnen wird mit dem Intervall [3; 4]. -> [3 ; 3,5] und [3,5; 4].

$3{,}5^2 = 12{,}25$ zu groß ist-> Man behält das Intervall. [3; 3,5], weil $3^2 \leq 9 \leq 3{,}5^2$,

Intervall [3 ; 3,2]

I_1 = [3,1; 3,2]. -> 3,15 probieren….

I_2 = [3,15; 3,2]

I_3= [3,16; 3,17]. -> 3,165 probieren….

I_4 = [3,162; 3,163]. ….. $\sqrt{10}$ liegt im Intervall von…..

HERON:

	a	b	A: a
$a_0;b_0$	2	5	10:3,5=$\frac{20}{7}$
$a_1;b_1$	3,5	$\frac{20}{7}$	10: $\frac{89}{28} = \frac{280}{89}$
$a_2;b_2$	$\frac{89}{28} \approx 3{,}178 \ldots$	$\frac{280}{89} \approx 3{,}146 \ldots$	10: …

$$\sqrt{10} \approx 3{,}1$$

4 Zu welchen Zahlenbereiche gehören die folgenden Zahlen? Kreuze an.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}$+	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$rrat. Zahlen	$\mathbb{R}$
-5			x	x		x

4,6		x		x		x
$\sqrt{10}$					x	x
6	x	x	x	x		x
$\sqrt{0{,}16}$		x		x		x

Aussage	Richtig	Falsch
-4 ist eine natürliche Zahl.		x
Jede rationale Zahl ist eine natürliche Zahl.		x
Jede ganze Zahl ist eine rationale Zahl.	x	
Zwischen zwei natürlichen Zahlen liegt stets eine weitere natürliche Zahl.		x
Wenn man zwei natürliche Zahlen addiert, erhält man immer eine natürliche Zahl als Ergebnis.	x	
Zwischen zwei rationalen Zahlen liegt stets eine weitere rationale Zahl	x	
Wenn man zwei ganze Zahlen durcheinander dividiert, erhält man stets eine ganze Zahl als Ergebnis.		x
$\sqrt{4}$ ist eine ganze Zahl.	x	
Jede reelle Zahl ist eine irrationale Zahl.		x
Jede irrationale Zahl ist eine reelle Zahl.	x	
Jede irrationale Zahl ist auch eine rationale Zahl.		x

5	a) $\sqrt{a^2} = \mathrm{I}a\mathrm{I}$ b) $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}\ a$ c) $\sqrt{3-a}^{\,2} = 3 - a$ **4. a)** $\lvert c\rvert$ **c)** $-c;\ c \geq 0$ **e)** $-c^2$ **g)** $3\lvert r\rvert$ **i)** $\lvert 2-a\rvert$ **b)** $\lvert c\rvert$ **d)** $c;\ c \geq 0$ **f)** $3r$ **h)** $-3\lvert r\rvert$ **j)** $1-a;\ a \geq 1$ **10. a)** $3\lvert x\rvert$ **c)** $6a^2$ **e)** $\lvert pqr\rvert$ **g)** $1{,}4 \cdot \lvert x\rvert \cdot y^2$ **b)** $\lvert xy\rvert$ **d)** $9\lvert m \cdot n\rvert$ **f)** $3m^2n^2$ **h)** $5\lvert u\rvert \cdot v^2 \cdot \lvert w^3\rvert$
6	
7	**7. a)** y (für $y \geq 0$) **b)** y^2 (für $y \geq 0$) **c)** $x \cdot \lvert y\rvert$ (für $x \geq 0$) **d)** $10y$ (für $y \geq 0$) **e)** $3 \cdot \lvert a\rvert \cdot b$ (für $b \geq 0$) **f)** $12z$ (für $z \geq 0$) **g)** $0{,}1u$ (für $u \geq 0$) **h)** $0{,}6 \cdot \lvert x\rvert$ **8. a)** x (für $x > 0$) **b)** $\lvert x\rvert$ (für $y > 0$) **c)** $\frac{1}{\lvert b\rvert}$ (für $a > 0,\ b \neq 0$) **d)** $\frac{\sqrt{v}}{u}$ (für $u > 0,\ v \geq 0$) **9. a)** $8uv$ (für $u \geq 0$ und $v \geq 0$) **b)** $6x \cdot \sqrt{xy}$ (für $x \geq 0$) **c)** $5a \cdot \lvert b\rvert$ (für $a \geq 0$) **d)** $\sqrt{18}\,m \cdot \sqrt{m} \cdot n$ (für $n \geq 0$ und $m \geq 0$) **e)** $x^2y \cdot \sqrt{y}$ (für $y \geq 0$) **f)** $\sqrt{12}\,p^2q^2$ (für $p \geq 0$ und $q \geq 0$) **13. a)** $\sqrt{20} \cdot \lvert a\rvert$ **b)** $2 \cdot \lvert x\rvert \cdot \sqrt{y}$ **c)** $\lvert xy^3\rvert$ **d)** $z \cdot \sqrt{z}$ (für $z \geq 0$) **e)** $5x \cdot \sqrt{5x}$ (für $x \geq 0$) **f)** $\frac{3\sqrt{3} \cdot \lvert b\rvert}{\lvert a\rvert}$ **g)** $\frac{a^2 \cdot \sqrt{a}}{5}$ (für $a \geq 0$) **h)** $\frac{\lvert x\rvert}{b^2}$ **i)** $0{,}5 \cdot \lvert r\rvert$ **j)** $2\sqrt{2} \cdot \lvert a\rvert \cdot b \cdot \lvert c^3\rvert$

11. a) $|a|\cdot\sqrt{7}$ **g)** $z^2\cdot\sqrt{z}$ (für $z>0$) **m)** $\frac{\sqrt{30}}{|a|}$ (für $a\neq 0$)

b) $|b|\cdot\sqrt{2}$ **h)** $5x\cdot\sqrt{x}$ (für $x\geq 0$) **n)** $\frac{\sqrt{a}}{\ldots}$ [illegible] (für $a\geq 0$)

c) $2\sqrt{x}$ (für $x\geq 0$) **i)** $3\cdot|b|\cdot\sqrt{2a}$ (für $a\geq 0$) **o)** $\left|\frac{a}{b}\right|\cdot\sqrt{2}$ (für $b\neq 0$)

d) $2\sqrt{3}\cdot|c|$ **j)** $|a|\cdot b^2\cdot\sqrt{3}$ **p)** $\frac{\sqrt{a}}{b^2}$ (für $a\geq 0,\ b\neq 0$)

e) $|x|\cdot\sqrt{y}$ (für $y\geq 0$) **k)** $a\cdot|b|\cdot\sqrt{10a}$ (für $a\geq 0$) **q)** $\frac{a\sqrt{a}}{b^2}$ (für $a\geq 0,\ b\neq 0$)

f) $|d|\cdot\sqrt{c}$ (für $c\geq 0$) **l)** $0{,}9\cdot|z|\cdot\sqrt{xz}$ ($x\cdot z\geq 0$) **r)** $\frac{2r^2}{|s|}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}}$ (für $s\neq 0$)

12. a) $\sqrt{a^2 b}$ (für $b\geq 0$) **d)** $\sqrt{a^3 bc}$ $\left(\text{für } b\neq 0,\ c\neq 0,\ \frac{a}{bc}\geq 0\right)$

b) $\sqrt{4c^2 d^2}$ **e)** $\sqrt{x^5 y}$ $\left(\text{für } y\neq 0,\ \frac{x}{y}\geq 0\right)$

c) $\sqrt{u^3 v}$ $\left(\text{für } v\neq 0,\ \frac{u}{v}\geq 0\right)$ **f)** $\sqrt{\frac{p}{q}}$ $\left(\text{für } q\neq 0,\ \frac{q}{p}\geq 0\right)$

7

(1) $\left(3\sqrt{7}+\frac{3}{4}\right)\cdot\sqrt{7} = 21 + \frac{3}{4}\sqrt{7}$ (2) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$

1. a) $3+\sqrt{3}$ **c)** $12+\sqrt{1{,}5}$ **e)** $5+\sqrt{10}$ **g)** $-\left(2+\sqrt{\frac{1}{32}}\right)$

b) $\sqrt{343}-7$ **d)** $\sqrt{275}-5{,}5$ **f)** $1-\sqrt{40}$ **h)** $3-\sqrt{108}$

2. a) $(a-b)\cdot\sqrt{5}$ **e)** $(1-2x)\cdot x\cdot\sqrt{7x}$ (für $x\geq 0$)

b) $(a+2)\cdot\sqrt{b}$ (für $b\geq 0$) **f)** $\left(\sqrt{7}+2\right)\cdot\sqrt{a}$ (für $a\geq 0$)

c) $(x-y)\cdot\sqrt{z}$ (für $z\geq 0$) **g)** $(1+\sqrt{s})\cdot\sqrt{r}$ (für $r\geq 0,\ s\geq 0$)

d) $(3-a)\cdot x\cdot\sqrt{x}$ (für $x\geq 0$) **h)** $(|b|-|c|)\cdot\sqrt{a}$ (für $a\geq 0$)

	5. **a)** 12 **c)** 165 **e)** 6 **b)** 1 **d)** 45 **f)** 98 **6.** **a)** Falsch, richtig ist: $p+q+2\sqrt{pq}$. **b)** Falsch, richtig ist: $r-2\sqrt{rs}+s$. **c)** Falsch, richtig ist: $\sqrt{(1+r)^2}=\vert 1+r\vert$. **7.** **a)** $a+b-2\sqrt{ab}$ (für $a\geq 0,\ b\geq 0$) **c)** v^2-w (für $w\geq 0$) **b)** $2h+2\sqrt{h^2-1}$ (für $h\geq 1$) **d)** $2a+2\sqrt{a^2-b^2}$ (für $a\geq \vert b\vert$)
8	Bedingung: Radikand≥ 0 $a)\ x+8\ \geq 0 \rightarrow x\geq -8\quad D=\{x\in\mathbb{R}\ \mathrm{I}\ x\geq -8\}$ $b)\ 6+3x\ \geq 0\rightarrow x\geq -2\quad D=\{x\in\mathbb{R}\ \mathrm{I}\ x\geq -2\}$ **15.** **a)** $D=\{x\mid x\geq -5\}$ **g)** $D=\{x\mid x\geq -9\}$ **b)** $D=\{a\mid a\geq 3\}$ **h)** $D=\{x\mid x\geq 24\}$ **c)** $D=\{a\mid a\leq 5\}$ **i)** $D=\left\{v\mid v\leq \frac{7}{5}\right\}$ **d)** $D=\{p\mid p\geq -7\}$ **j)** $D=\left\{x\mid x\leq \frac{4}{3}\right\}$ **e)** $D=\{x\mid x\geq -2\}$ **k)** $D=\left\{x\mid x\geq -\frac{2}{3}\right\}$ **f)** $D=\left\{x\mid x\leq \frac{7}{5}\right\}$ **l)** $D=\{z\mid z\geq 0\}$
9	$\sqrt{4x+7}=3$ -> $4x+7=9\ \rightarrow x=0{,}5$ $\sqrt{4x^2+4}-2\ =\ 2x$ -> $4x^2+4=(2x+2)^2$ -> $4x^2+4=4x^2+8x+4\ \rightarrow .8x=0\rightarrow x=0$ **1.** **a)** $L=\{24\}$ **c)** $L=\{-3;3\}$ **e)** $L=\{1\}$ **g)** $L=\{4\}$ **b)** $L=\{400\}$ **d)** $L=\{2\}$ **f)** $L=\{29\}$ **h)** $L=\{-4;4\}$