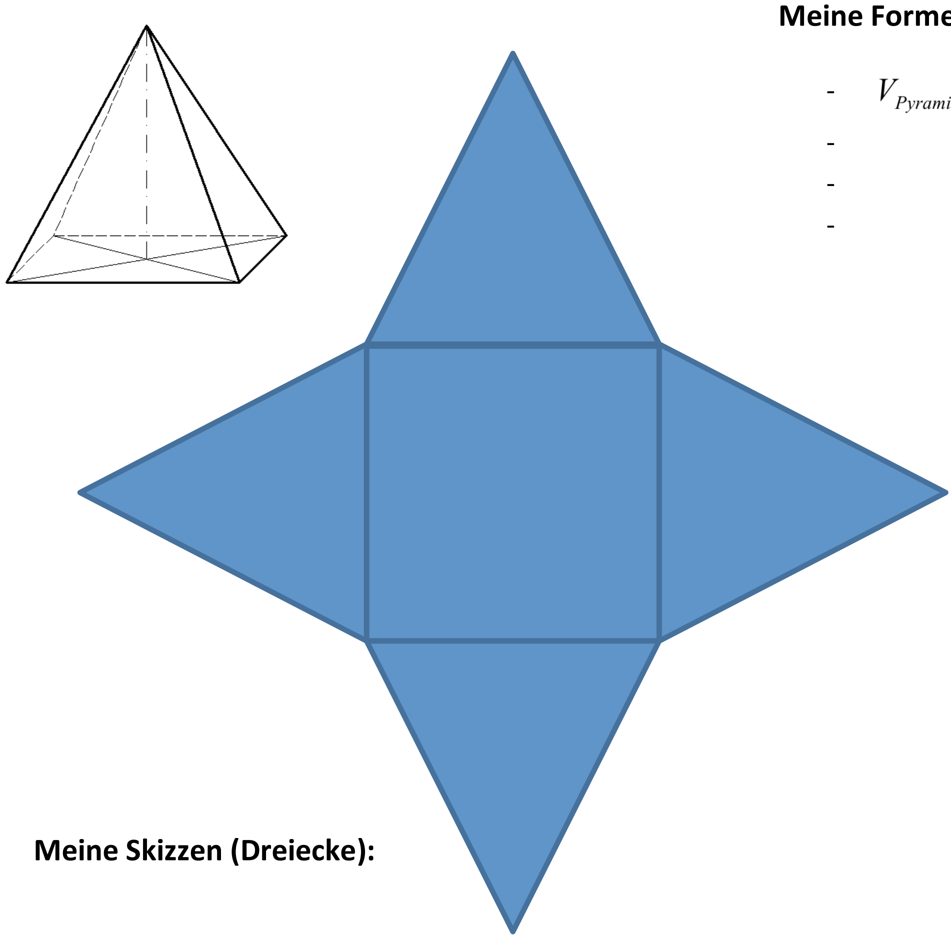
Arbeitsauftrag:

1. Unterteile die unten stehende Zeichnung in rechwinklige Dreiecke.
2. Beschrifte die Zeichnung und fertige eine Legende an.
3. Erstelle auf dem Blatt Deine eigene „Formelsammlung“ zum Thema **Quadratische Pyramide**.
4. Welche rechtwinkligen Dreiecke, die Du für eventuelle weitere Rechnungen benötigst (z.B. Höhe der Pyramide), kannst Du in der unten dargestellten Form nicht finden? Skizziere diese weiter unten auf diesem Blatt und beschrifte ebenfalls.



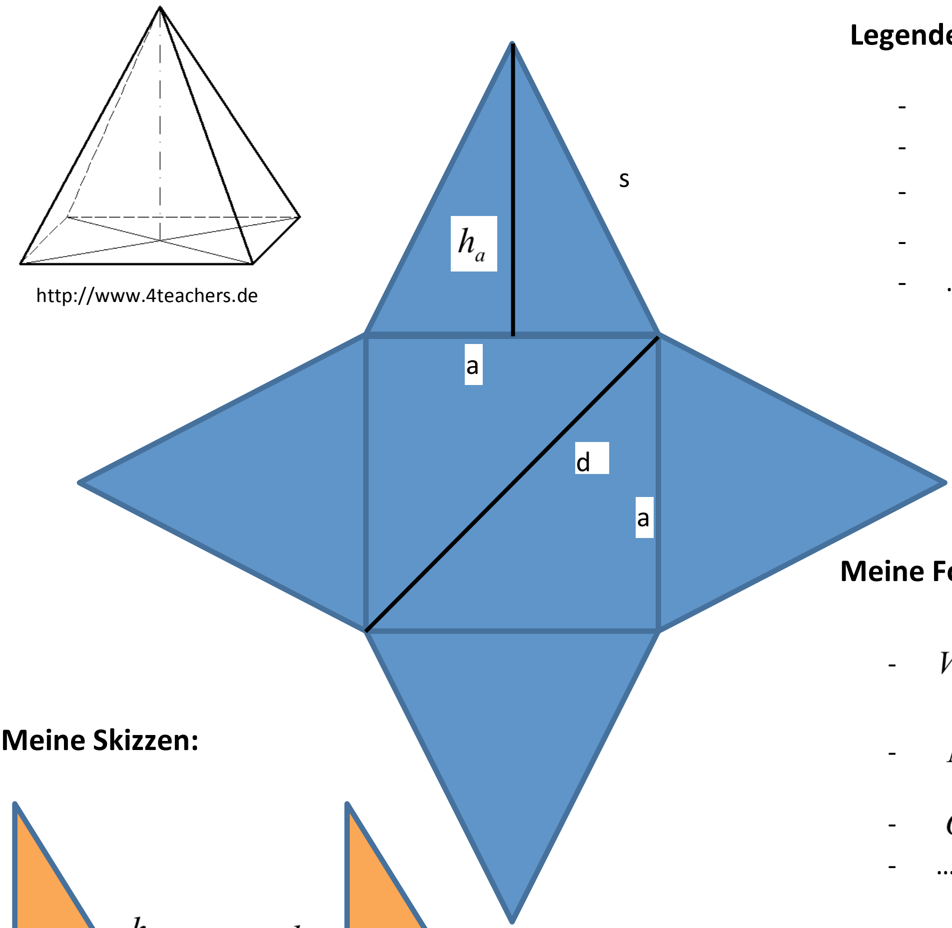
Meine Formelsammlung:

- $V_{Pyramide} =$
-
-
-

Meine Skizzen (Dreiecke):

Beschriftungen der Skizzen:

- Hälfte der Grundkante: $\frac{a}{2}$
- Höhe der Pyramide:
- Hälfte der Diagonalen:
-



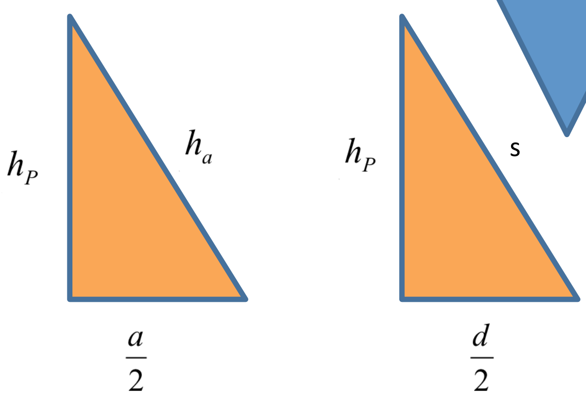
Legende:

- Grundkante: a
- Seitenkante: s
- Höhe Seitendreieck: h_a
- Diagonale: d
- …

Meine Formelsammlung:

- $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
- $M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$
- $O = M + a^2$
- …

Meine Skizzen:



Beschriftungen der Skizzen:

- Hälfte der Grundkante: $\frac{a}{2}$
- Höhe der Pyramide: h_P
- Hälfte der Diagonalen: $\frac{d}{2}$
- Seitenkante: s
- Höhe Seitendreieck: h_a

Zu 5: Diese aufgeklappte Pyramide ist als Bastelanleitung ungeeignet, da an den 4 Dreiecken die Klebefalzen fehlen

Die Cheops-Pyramide ist die größte Pyramide in Ägypten. Sie wurde um 2580 vor Christus erbaut und gilt als eines der letzten erhaltenen Weltwunder der Antike.

Annahme: Die Pyramide ist durch Abtragen von Steinen, Sandverwehungen und das enorme Gewicht teilweise im Sand versunken.

Informationen zur Cheops-Pyramide

Heute ist die senkrechte quadratische Pyramide etwa **139 m** hoch (ursprüngliche Höhe: 146,6 m). Die Länge der Grundkante beträgt momentan **230,4 m**.

Arbeitsauftrag: Die unten stehenden Aufgaben sind in der Reihenfolge von einfach nach schwer geordnet. Löse die Aufgaben selbstständig (auch mit Hilfe der Tipps und Lösungen). Runde die Ergebnisse auf **zwei** Nachkommastellen genau.

Hilfsmittel: AB der „aufgeklappten Pyramide"; Taschenrechner

1. Berechne das Volumen der heute sichtbaren Pyramide.
2. Wie lang sind die Seitenkante und die Höhe eines Seitendreiecks der heute sichtbaren Cheops-Pyramide? (Hilfe findest Du bei Deinen Skizzen auf dem AB der „aufgeklappten Pyramide")
3. Ursprünglich war die Cheops-Pyramide ca. 146,6 m hoch und das Volumen betrug ungefähr 2783843,2 m^3. Berechne die Länge der ursprünglichen Grundkante.
4. Wie viel Meter der einstigen Seitenkante sind heute im Sand verborgen? (Tipp: Veranschauliche den Sachverhalt mit Hilfe einer Skizze)
5. Wie viel Prozent der früheren Mantelfläche sind heute zu sehen?

Zusatz

„Die Eingangspyramide für ein neues Einkaufszentrum hat eine quadratische Grundfläche mit einer Grundkantenlänge von 30 m und einer Seitenkantenlänge von 25 m. Nach einem Zeitungsbericht soll diese Pyramide eine Glasfläche von 1500 m² haben."
Stimmt die Berechnung des Redakteurs? Notiere deine Lösung, erläutern dabei den Lösungsweg an einem Modell.

Lösung zu Aufgabe 1:

Volumen der heute sichtbaren Pyramide

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_P = \frac{1}{3} \cdot (230{,}4m)^2 \cdot 139m = 2459566{,}08m^3$$

Lösung zu Aufgabe 2

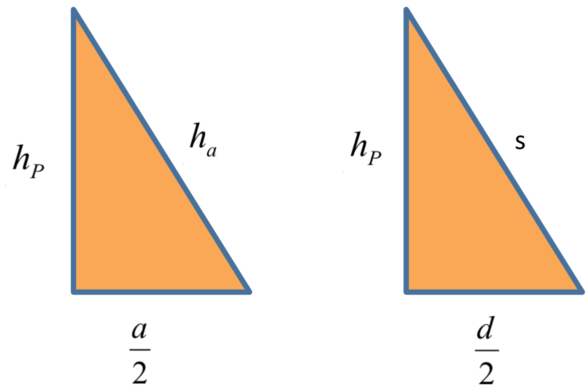
Seitenkante s und Höhe des Seitendreiecks h_a:

a. Seitenkante s

$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + a^2 \\ &= (230{,}4m)^2 + (230{,}4m)^2 = 106168{,}32m^2 \Rightarrow \\ d &\approx 325{,}83m \Rightarrow \frac{d}{2} \approx 162{,}92m \end{aligned}$$

$$s^2 = h_P{}^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} s^2 &= (139m)^2 + (162{,}92)^2 \approx 45863{,}92m^2 \Rightarrow \\ s &\approx 214{,}16m \end{aligned}$$



b. Höhe des Seitendreiecks h_a

$$\begin{aligned} h_a{}^2 &= s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ &= (214{,}14m)^2 - \left(\frac{230{,}4}{2}\right)^2 \approx 32593{,}46m^2 \Rightarrow \\ h_a &\approx 180{,}54m \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 3:

Ursprüngliche Grundkante a_{alt}

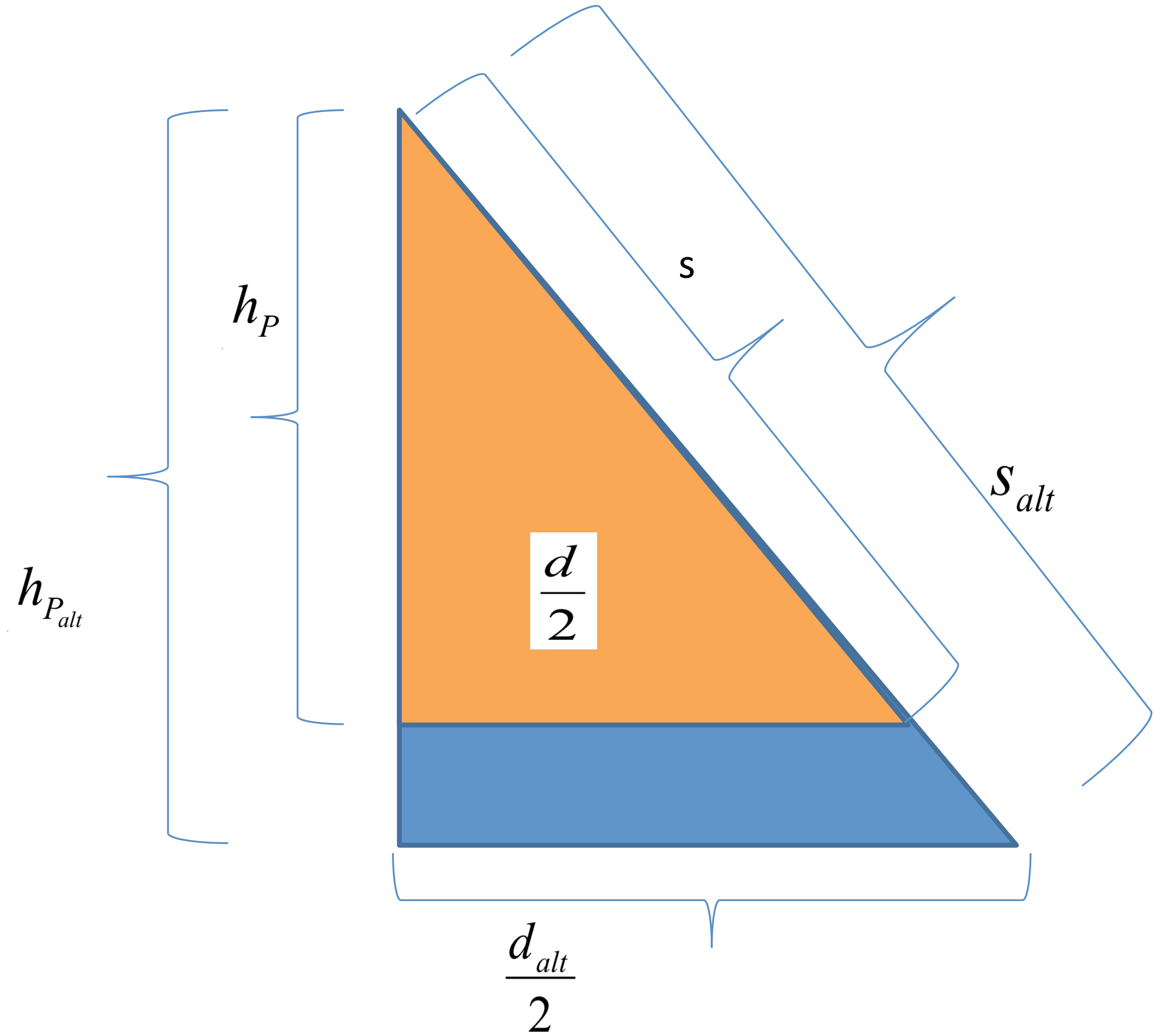
$$V_{alt} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{P_{alt}} = \frac{1}{3} \cdot a_{alt}{}^2 \cdot h_{P_{alt}} \Rightarrow$$

$$2783843{,}2m^3 = \frac{1}{3} \cdot a_{alt}{}^2 \cdot 146{,}6m \Rightarrow a_{alt}{}^2 = \frac{3 \cdot 2783843{,}2m^3}{146{,}6m} \approx 56968{,}14m^2$$

$$\Rightarrow a_{alt} \approx 238{,}68m$$

Lösung zu Aufgabe 4:

Zeichnung

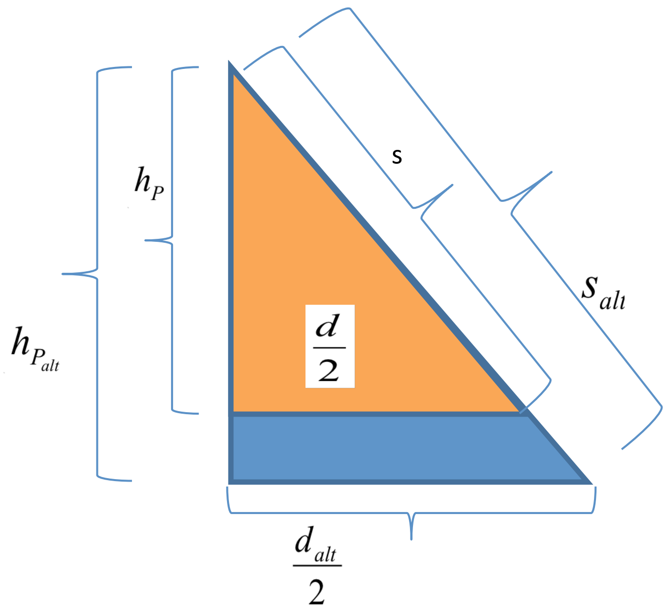


Wie viel Meter der einstigen Seitenkante sind heute im Sand verborgen?

$$d_{alt}{}^2 = a_{alt}{}^2 + a_{alt}{}^2$$
$$= (238{,}68m)^2 + (238{,}68m)^2 = 113936{,}28m^2 \Rightarrow$$
$$d_{alt} \approx 337{,}54m \Rightarrow \frac{d_{alt}}{2} \approx 168{,}77m$$
$$s_{alt}{}^2 = h_{P_{alt}}{}^2 + \left(\frac{d_{alt}}{2}\right)^2$$
$$= (146{,}6m)^2 + (168{,}77m)^2 = 49974{,}87m^2 \Rightarrow$$
$$s_{alt} = 223{,}55m$$

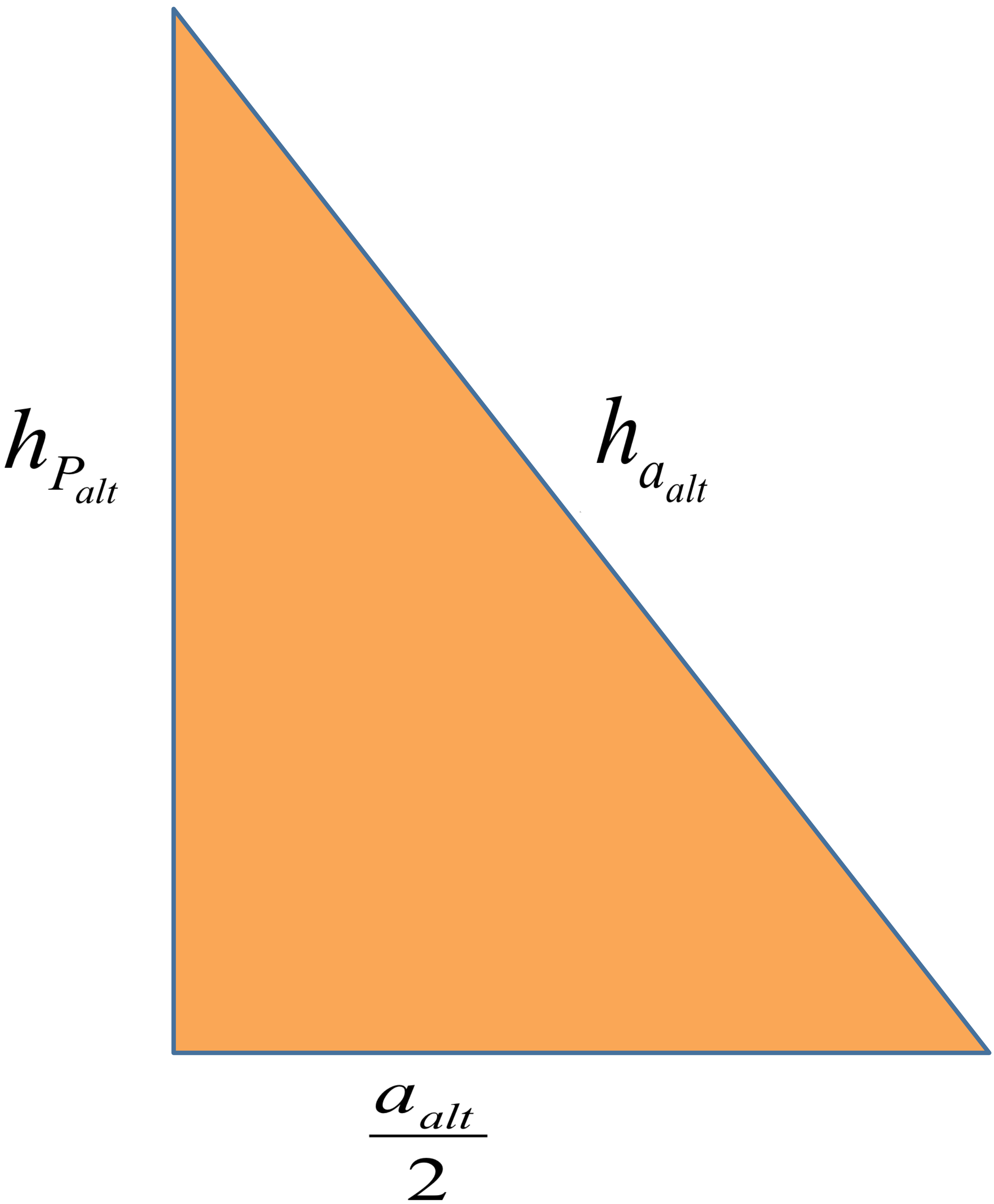
➔ im Sand verborgen sind:

$$s_{alt} - s = 223{,}55m - 214{,}16m = 9{,}39m$$



Lösung zu Aufgabe 5:

Zeichnung



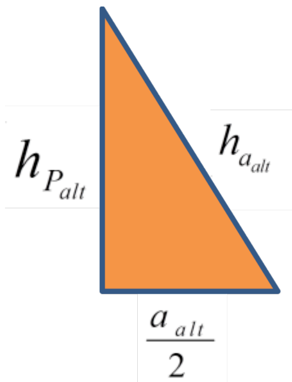
Wie viel Prozent der früheren Mantelfläche sind heute zu sehen?

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

Mantel heute:

$$M_{heute} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 230{,}4m \cdot 180{,}54m \approx 83192{,}83m^2$$

Um den früheren Mantel zu berechnen (siehe Zeichnung):



$$h_{a_{alt}}{}^2 = h_{P_{alt}}{}^2 + \left(\frac{a_{alt}}{2}\right)^2$$

$$= (146{,}6m)^2 + \left(\frac{238{,}68}{2}\right)^2 \approx 35733{,}6m^2 \Rightarrow$$

$$h_{a_{alt}} \approx 189{,}03m$$

$$M_{früher} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 238{,}68m \cdot 189{,}03m \approx 90235{,}36m^2$$

Verhältnis: „Mantel heute zu Mantel früher“

$$\frac{M_{heute}}{M_{früher}} = \frac{83192{,}83m^2}{90235{,}36m^2} \approx 0{,}92$$ (oder mit Dreisatz)

Antwort: Es sind heute etwa 92% der früheren Mantelfläche zu sehen.