Kompetenzraster Trigonometrie

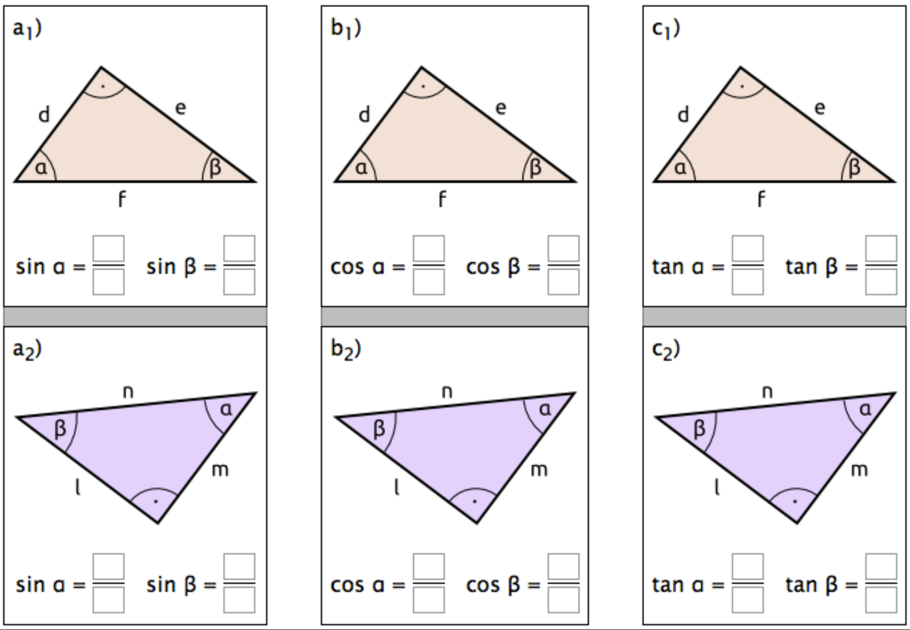
Ich kann…

1	…den Begriff „TRIGONOMETRIE“ erklären.	siehe Hefter			
2	…zu den gesuchten Winkelgrößen und Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks die richtigen trigonometrischen Beziehungen (sin, cos, tan) angeben.	Aufgabe 1-3			
3	…fehlende Winkelgrößen und Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks mit den trigonometrischen Beziehungen (sin, cos, tan) berechnen.	Aufgabe 4			
4	.. …verschiedene geometrische Anwendungsaufgaben mit den trigonometrischen Beziehungen (sin, cos, tan) lösen.	Aufgabe 5- 8			
5	… Anstieg und Anstiegswinkel berechnen und in verschiedenen Schreibweisen angeben.	Aufgabe 9; 10			
6	… … Anstiegswinkel einer linearen Funktion berechnen.	Aufgabe 11; 12			
7	…fehlende Winkelgrößen und Seitenlängen eines beliebigen Dreiecks mit den Sinussatz oder Kosinussatz berechnen.	Aufgabe 13 - 16			
8	.. …verschiedene geometrische Anwendungsaufgaben mit den trigonometrischen Beziehungen Sinussatz oder Kosinussatz lösen.	Aufgabe 17- 19			

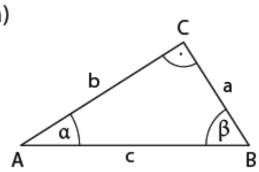
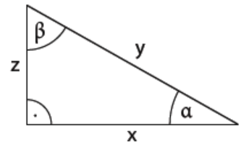
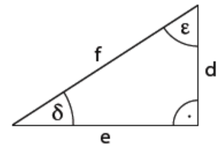
Aufgaben

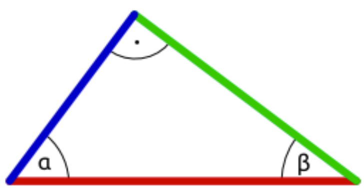
1 Trage die Buchstaben der Seiten so ein, dass die Sinus-, die Kosinus- und die Tangensangaben richtig sind.

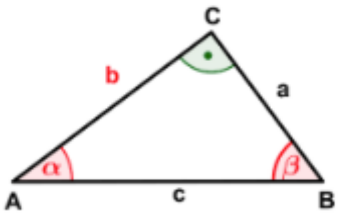
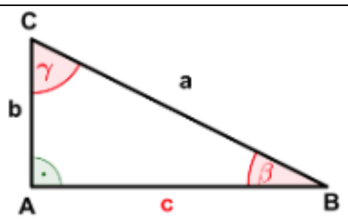
Sinus **Kosinus** **Tangens**

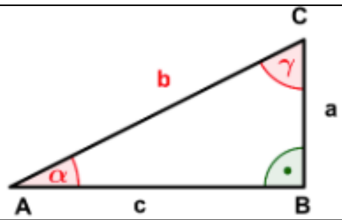


Lö	a$_1$) $\sin\alpha = \frac{e}{f}$ $\sin\beta = \frac{d}{f}$ b$_1$) $\cos\alpha = \frac{d}{f}$ $\cos\beta = \frac{e}{f}$ c$_1$) $\tan\alpha = \frac{e}{d}$ $\tan\beta = \frac{d}{e}$ a$_2$) $\sin\alpha = \frac{l}{n}$ $\sin\beta = \frac{m}{n}$ b$_2$) $\cos\alpha = \frac{m}{n}$ $\cos\beta = \frac{l}{n}$ c$_2$) $\tan\alpha = \frac{l}{m}$ $\tan\beta = \frac{m}{l}$

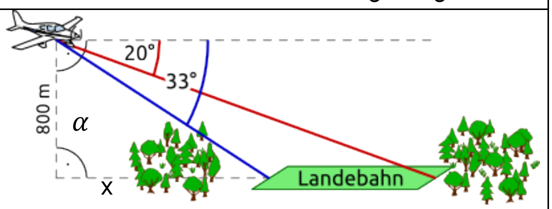
2	Vervollständige die Gleichungen für das jeweilige Dreieck mit den angegebenen Größen. Beachte, dass es auch 2 Lösungsmög-lichkeiten geben kann.	a)  $\sin\alpha = \frac{\square}{\square}$ $\cos\alpha = \frac{\square}{\square}$ $\sin\beta = \frac{\square}{\square}$ $\cos\beta = \frac{\square}{\square}$	b)  $\sin\beta = \frac{\square}{\square}$ $\sin\square = \frac{\square}{y}$ $\cos\square = \frac{z}{\square}$ $\cos\alpha = \frac{\square}{\square}$	c)  $\sin\square = \frac{e}{\square}$ $\cos\square = \frac{\square}{f}$ $\square = \frac{d}{f}$
Lö	a) $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\sin\beta = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{a}{c}$ b) $\sin\beta = \frac{x}{y}$ $\sin\alpha = \frac{z}{y}$ $\cos\beta = \frac{z}{y}$ $\cos\alpha = \frac{x}{y}$ c) $\sin\varepsilon = \frac{e}{f}$ $\cos\varepsilon = \frac{d}{f}$ $\sin\delta = \frac{d}{f}$ $\cos\varepsilon = \frac{d}{f}$			

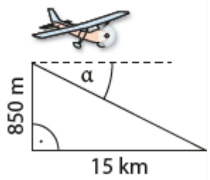
3	**Ordne die Begriffe den richtigen Farben der Dreiecksseiten zu.**
	Ankathete von β --- a) rot Gegenkathete von β --- b) blau Gegenkathete von α --- c) grün Hypotenuse --- Ankathete von α ---
	
Lö	Ankathete *von β* *grün* Gegenkathete *von β* *blau* Gegenkathete *von α* *grün* Hypotenuse rot Ankathete *von α* *blau*

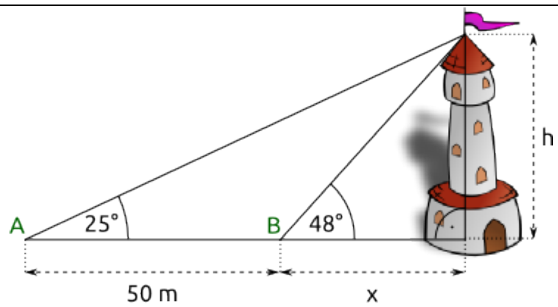
4	$\gamma = 90°$ $a = 12,7\,cm$ $c = 24,9\,cm$	
	$\alpha = 90°$ $b = 420\,m$ $a = 645\,m$	

	$\beta = 90^\circ$ $c = 15,8\ cm$ $a = 30,7\ cm$ 
Lö	α **berechnen** $\sin(\alpha) = \frac{12,7\text{cm}}{24,9\text{cm}}$ $\alpha = 30,7^\circ$ β **berechnen** $\beta = 180^\circ - 90^\circ - 30,7^\circ$ $\beta = 59,3^\circ$ **b berechnen** $(24,9\text{cm})^2 = (12,7\text{cm})^2 + b^2$ $b^2 = (24,9\text{cm})^2 - (12,7\text{cm})^2$ $b^2 = 458,72\text{cm}^2$ $b \approx 21,4\text{cm}$
	β **berechnen** $\sin(\beta) = \frac{420m}{645m}$ $\beta = 40,6^\circ$ γ **berechnen** $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - 40,6^\circ = 49,4^\circ$ **c berechnen** $(645m)^2 = (420m)^2 + c^2$ $c^2 = (645m)^2 - (420m)^2$ $c^2 = 239625$ $c = 489,5m \approx 490m$
	b berechnen $b^2 = (30,7\text{cm})^2 + (15,8\text{cm})^2$ $b^2 = 1192,13\text{cm}^2$ $b = 34,5\text{cm}$ α **berechnen** $\cos(\alpha) = 15,8\text{cm} : 34,5\text{cm}$ $\alpha = 62,7^\circ$ γ **berechnen** $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - 62,7^\circ$ $\gamma = 27,3^\circ$

5	Ein Flugzeug hebt von der Landebahn in F mit einem Steigungswinkel von 4,6° ab. Das letzte Leuchtfeuer ist 12 km von F entfernt. Welche Flugstrecke hat das Flugzeug zurückgelegt, wenn es sich senkrecht über L befindet?
Lö	geg: α= 85,6 , β=4,6 , γ=90 Strecke über Grund 12 km =a x=12/sin 85,4° =12,038 Das Flugzeug hat eine Strecke von 12,038 km zurückgelegt.

6	Der Bordcomputer eines Kleinflugzeuges, das in 800 m Höhe fliegt, ist von der linken Seite der Landebahn unter einem Winkel von 33° und von der rechten Seite der Landebahn unter einem Winkel von 20 ° zu sehen. Fertige eine Skizze an. Berechne die **Länge der Landebahn**. Wenn das Flugzeug nach 20s genau über den rechten Rand der Landebahn sich befindet, wie schnell ist es geflogen?
Lö	geg.: rechter Winkel, $\alpha = 33°$ $\beta = 20°$ ges: l (Landebahn) • Wechselwinkel • tan α = GK/AK  tan 33° = 800/x x= 1231,89 m tan 22° = 800/(x+l) → x+l = 800/tan22° 1231,89m+l=1980,07m → l= 748,18m Die Landebahn ist 748,18m lang.

7	Ein Kleinflugzeug befindet sich in 850 m Höhe und beginnt den Sinkflug zum am Boden gemessenen 15 km entfernten Ziel. Bestimme den Neigungswinkel α, unter dem das Flugzeug sein Ziel erreichen wird. 
Lö	$\tan\alpha * = GK/AK = 15000m/850m \rightarrow \alpha * = 86{,}8°$ $\alpha = 90° - 86{,}8° = 3{,}2°$

8	Eine Turmspitze wird aus zwei Bodenpunkten (A: 25°, B: 48°) angepeilt, die 50m voneinander entfernt sind. Berechne die Höhe des Turmes.
Lö	 $h = \tan(25)\cdot(50 + x)$ $h = \tan(48)\cdot x$ $\tan(48)\cdot x = \tan(25)\cdot(50 + x)$

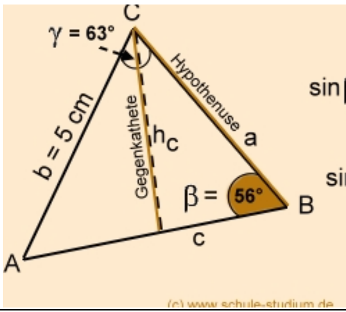
9	Eine Straße besitzt eine Steigung von 7%. a) Wie groß ist ihr Steigungswinkel α ? b) Welcher Höhenunterschied überwindet ein Auto, das auf dieser Straße 3 km hochfährt ? c) Welche prozentuale Steigung besitzt eine Straße mit einem Steigungswinkel von 45° ?
Lö	Steigungswinkel: $\tan\alpha = m \Rightarrow \tan\alpha = 0{,}07 \Rightarrow \alpha = 4°$ Das Auto überwindet einen Höhenunterschied von 210 m. Bei $\alpha = 45°$ ist die waagrechte Strecke genau so lang wie der Höhenunterschied. Es ergibt sich als Steigung m = 1 und dies entspricht einer Steigung von 100%.

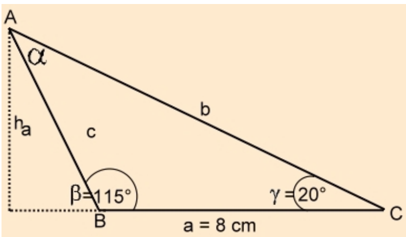
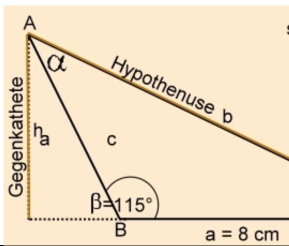
10	Auf einer horizontalen Distanz von 695 m steigt eine Straße um 173 m an. Berechne die Steigung der Straße Die Steigung beträgt wie viel %? Auf einer horizontalen Distanz von 5874 m weißt eine Straße eine Steigung von 34,53% auf. Berechne den Höhenunterschied. Eine Straße mit einer Steigung von 6,39% überwindet einen Höhenunterschied von 855,8 m. Berechne die horizontale Distanz .
Lö	24,89 %. Steigung von 2028,29m horizontale Distanz: 13392,8 m

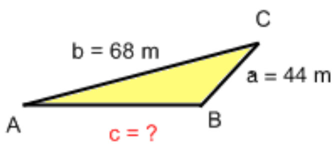
11	Berechne den Steigungswinkel der folgenden Geraden. Begründen das Ergebnis, wenn du keine Rechnung durchführst. a. $g(x)=\frac{1}{3}x-4$ b. $g(x)=1$ c. $g(x)=-2x+\sqrt{5}$

Lö	Steigungswinkel der Geraden a. $\alpha \approx 18{,}43°$ b. $\alpha = 0°$ (Parallele zur x-Achse) c. $\alpha \approx 116{,}57°$

12	Die Gerade geht durch die Punkte P(2|1) und Q(4|5). Bestimme die Funktionsgleichung und berechne den Steigungswinkel der Geraden
Lö	$m = \frac{5-1}{4-2} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63{,}43°$ → y= 2x+n → 1=4+n → n= -3 → **y =2x - 3**

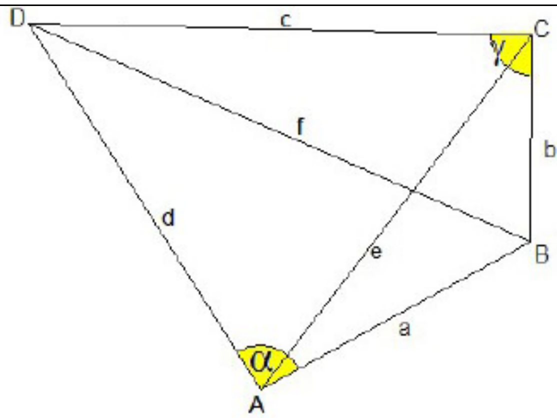
13	Berechne mit Hilfe des Sinussatzes: **geg:** b= 5 cm γ = 63 ° β = 56 ° **ges:** a; c; Höhe h_c; α
Lö	α = 180° - 56° - 63 ° = 61 ° $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}$ / •b $\frac{\sin\alpha \cdot b}{\sin\beta} = a$ $\frac{\sin 61° \cdot 5}{\sin 56°} = a$ a = 5,27 cm $\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{c}{b}$ / •b $\frac{\sin\beta \cdot b}{\sin\gamma} = c$ $\frac{\sin 56° \cdot 5}{\sin 63°} = c$ c = 5,37 cm  $\sin\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$ $\sin\beta = \frac{h_c}{a}$ / •a $h_c = \sin\beta \cdot a$ h_c = 4,37 cm

14	Berechne mit Hilfe des Sinussatzes **a= 8 cm** **γ = 20 °** **β = 115 °** **Seite b, Seite c** **Winkel α** **Höhe h_c**
Lö	 $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{b}{a}$ / •a $\frac{\sin\beta \cdot a}{\sin\alpha} = b$ $\frac{\sin 115° \cdot 8}{\sin 45°} = b$ b = 10,25 cm $\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{c}{a}$ / •a $\frac{\sin\gamma \cdot a}{\sin\alpha} = c$ $\frac{\sin 20° \cdot 8}{\sin 45°} = c$ c = 3,87 cm α = 180° - 20° - 115 ° = 45 °  $\sin\gamma = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$ $\sin\gamma = \frac{h_a}{b}$ / •b $h_a = \sin\gamma \cdot b$ h_a = 3,51 cm

15	Gegeben ist ein Dreieck: a = 44 cm, b = 68 cm, γ = 45° ges: c, α, β, A 

Lö	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos\gamma$ $c^2 = 44^2 + 68^2 - 2*44*68 * \cos 45°$ $c^2 = 2\,328{,}673...$ / $\sqrt{}$ **$c = 48{,}26$ cm** Die Seite c hat eine Länge von 48,26 cm. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos\alpha$ / $+ 2bc * \cos\alpha$ $a^2 + 2bc * \cos\alpha = b^2 + c^2$ / $- a^2$ $2bc * \cos\alpha = b^2 + c^2 - a^2$ / $: 2bc$ $\cos\alpha = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}$ $\cos\alpha = \frac{(68^2 + 48{,}26^2 - 44^2)}{(2*68*48{,}26)}$ $\rightarrow \cos\alpha = 0{,}76439 \rightarrow$ **$\alpha = 40{,}14°$** Der Winkel α beträgt 40,14°. $\beta = 180° - (\alpha + \gamma) = 180° - (40{,}14° + 45°)$ **$\beta = 94{,}86°$** Der Winkel β beträgt 94,86°. $A = \frac{a * b}{2} * \sin\gamma$ $A = \frac{44 * 68}{2} * \sin 45°$ **$A = 1\,057{,}83$ cm²** Der Flächeninhalt beträgt 1 057,83 cm².

16	**Verbindungsweg** Die Sackgassen Eulensteig und Amselweg gehen unter einem Winkel der Weite 37° vom Waldplatz ab. Der Eulensteig ist 620m, der Amselweg 430m lang. Zwischen den Enden der beiden Straßen soll ein gerader Verbindungsweg gebaut werden. *Bestimme die Länge des Verbindungsweges und die Weiten der Winkel zwischen den beiden Straßen und dem Verbindungsweg.* 
Lö	Der Verbindungsweg ist 379m lang, die Weiten der beiden Winkel betragen 100° und 43°.

17	Ein Grundstück (siehe Bild) soll mit einem Zaun begrenzt werden. Dafür wurden Seitenlängen und Winkel bestimmt: $a = 128{,}5m$ $b = 85{,}8m$ $f = 214m$ $\alpha = 86°\,25'$ $\gamma = 55°\,12'$ Bestimme die Länge des Zauns! 
Lö	$c = 251{,}0m,\ d = 179{,}3m$ $\rightarrow u = 644{,}6m$

18	Berechne alle nicht gegebenen Größen und Flächeninhalte! Falls es zwei Lösungen gibt, dann gib beide an! $b = 6{,}7cm \quad c = 5{,}9cm \quad \alpha = 63{,}5°$ $a = b = 4cm \; c = 3cm$
Lö	a) $a = 6{,}67cm,\; \beta = 64{,}2°,\; \gamma = 52{,}3°,\; A = 17{,}69cm^2$ b) $\alpha = \beta = 68°,\; \gamma = 44°,\; A = 5{,}6cm^2$

19	Zwei Autos mit den Geschwindigkeiten 55km/h bzw. 68km/h fahren gleichzeitig von einer Straßengabelung (106°) geradlinig weg. Wie weit sind sie 25 Minuten später voneinander entfernt?
Lö	41 km

LÖSUNGEN