ZUSAMMENFASSUNG

Sinus, Kosinus und Tangens

Rechtwinkliges Dreieck ABC mit $\beta = 90°$

Für die Seitenverhältnisse im Dreieck ABC gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Länge der Gegenkathete von } \alpha}{\text{Länge der Hypotenuse}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Länge der Ankathete von } \alpha}{\text{Länge der Hypotenuse}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Länge der Gegenkathete von } \alpha}{\text{Länge der Ankathete von } \alpha}$$

Mithilfe der Gleichungen kann man in rechtwinkligen Dreiecken Innenwinkel und Längen von Dreiecksseiten berechnen.

$$\tan\alpha = \frac{\text{Länge der Gegenkathete von } \alpha}{\text{Länge der Ankathete von } \alpha}$$

Mithilfe der Gleichungen kann man in rechtwinkligen Dreiecken Innenwinkel und Längen von Dreiecksseiten berechnen.

Gegeben: Dreieck ABC ($\beta = 90°$) mit $\alpha = 30°$ und $a = 5\,\text{cm}$

Gesucht: b und γ

Lösung:

$\sin\alpha = \frac{a}{b} \quad |\cdot b$

$b \cdot \sin\alpha = a \quad |:\sin\alpha$

$b = \frac{a}{\sin\alpha}$

$b = \frac{5\,\text{cm}}{\sin 30°}$

$b = \frac{5\,\text{cm}}{0{,}5} = 10\,\text{cm}$

$\cos\gamma = \frac{a}{b}$

$\cos\gamma = \frac{5\,\text{cm}}{10\,\text{cm}}$

$\cos\gamma = 0{,}5$

$\gamma = 60°$

Gegeben: Dreieck ABC ($\beta = 90°$) mit $a = 60\,\text{cm}$ und $c = 40\,\text{cm}$

Gesucht: α und b

Lösung:

$\tan\alpha = \frac{a}{c}$ | $\cos\alpha = \frac{c}{b} \;|\cdot b$

$\tan\alpha = \frac{60\,\text{cm}}{40\,\text{cm}}$ | $b \cdot \cos\alpha = c \;|:\cos\alpha$

$\tan\alpha = 1{,}5$ | $b = \frac{c}{\cos\alpha}$

$\alpha \approx 56°$ | $b = \frac{40\,\text{cm}}{\cos 56°}$

$a = 60\,\text{cm}$ und $c = 40\,\text{cm}$

Gesucht: α und b

Lösung:

$\tan\alpha = \frac{a}{c}$ | $\cos\alpha = \frac{c}{b} \;|\cdot b$

$\tan\alpha = \frac{60\,\text{cm}}{40\,\text{cm}}$ | $b \cdot \cos\alpha = c \;|:\cos\alpha$

$\tan\alpha = 1{,}5$ | $b = \frac{c}{\cos\alpha}$

$\alpha \approx 56°$ | $b = \frac{40\,\text{cm}}{\cos 56°}$

$b \approx 72\,\text{cm}$

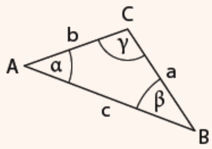
Sinussatz

In jedem Dreieck ABC gilt:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$



Mithilfe des Sinussatzes kann man in beliebigen Dreiecken Innenwinkel und Längen von Dreiecksseiten berechnen.

Gegeben: Dreieck ABC mit $a = 6\,\text{cm}$, $c = 9\,\text{cm}$ und $\gamma = 104°$

Gesucht: α; β; b

Lösung:

$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{a}{c} \quad |\cdot \sin\gamma$

$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\gamma}{c}$

$\sin\alpha = \frac{6\,\text{cm} \cdot \sin 104°}{9\,\text{cm}}$

$\alpha \approx 40°$

$\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \quad |\cdot c$

$b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$

$b = \frac{9\,\text{cm} \cdot \sin 36°}{\sin 104°}$

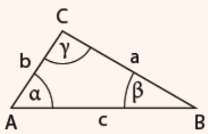
$b \approx 5{,}5\,\text{cm}$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma \approx 36°$

Kosinussatz

In jedem Dreieck ABC gilt:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$



Mithilfe des Kosinussatzes kann man in beliebigen Dreiecken Innenwinkel und Längen von Dreiecksseiten berechnen.

Gegeben: Dreieck ABC mit $a = 5\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$ und $c = 6\,\text{cm}$

Gesucht: γ

Lösung:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma \quad |-a^2 - b^2$

$c^2 - a^2 - b^2 = -2ab \cdot \cos\gamma \quad |:(-2ab)$

$\cos\gamma = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$

$\cos\gamma = \frac{(6\text{cm})^2 - (5\,\text{cm})^2 - (3\,\text{cm})^2}{-2 \cdot 5\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm}}$

$\gamma \approx 93{,}8°$