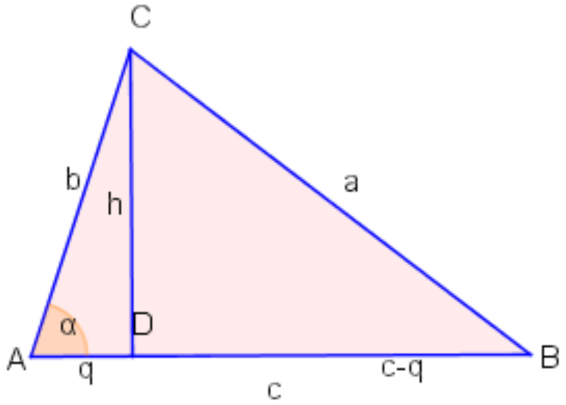
Kosinussatz



In einem beliebigen Dreieck gilt:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

Mit dem Kosinussatz kann man bei zwei gegebenen Seiten und dem eingeschlossenen Winkel die dritte Seite berechnen.

ΔBCD - SdP	ΔADC - SdP	ΔADC
$a^2 = h^2 + (c-q)^2$ $a^2 = h^2 + c^2 - 2cq + q^2$	$b^2 = h^2 + q^2$ $h^2 = b^2 - q^2$	$\cos\alpha = q/b$ $q = b \cdot \cos\alpha$
	$a^2 = b^2 - q^2 + c^2 - 2cq + q^2$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2cq$	
		$a^2 = b^2 + c^2 - 2cq$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

Satz des Pythagoras:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ Für cos 90°=0 ist SdP ein Spezialfall des Kosinussatzes.

Es gibt keinen Königsweg zur Mathematik. ***Euklid***

1. Aufgabe

$a = 4{,}3\text{cm};\ b=5{,}7\text{cm};\ \gamma=76{,}4°$

$$
\begin{aligned}
& c^2 &&= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
\Leftrightarrow\quad & c &&= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma} \\
& &&= \sqrt{(4{,}3\text{cm})^2 + (5{,}7\text{cm})^2 - 2\cdot 4{,}3\text{cm}\cdot 5{,}7\text{cm}\cdot\cos 76{,}4°} \\
& &&\approx 6{,}3\text{cm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} &&= \frac{a}{c} \\
\Leftrightarrow\quad & \sin\alpha &&= \frac{a}{c}\cdot\sin\gamma \\
& &&= \frac{4{,}3\text{cm}}{5{,}7\text{cm}}\cdot\sin 76{,}4° \\
& &&\approx 0{,}665
\end{aligned}
$$

(da mit $a<b \Rightarrow \alpha<\beta$ muss $\alpha<90°$ sein; die 2. Lösung kommt nicht in Betracht)

$$\alpha \approx 41{,}7°$$

$$
\begin{aligned}
& \alpha+\beta+\gamma=180° \\
\Leftrightarrow\quad & \beta = 180°-\alpha-\gamma \\
& = 180°-41{,}7°-76{,}4° \\
& \approx 61{,}9°
\end{aligned}
$$

2. Aufgabe

$a = 3{,}7\text{cm};\ b=4{,}2\text{cm};\ c=8{,}3\text{cm}$

$$
\begin{aligned}
& c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \\
\Leftrightarrow\quad & 2ab\cos\gamma = a^2 + b^2 - c^2 \\
\Leftrightarrow\quad & \cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\
& = \frac{(3{,}7\text{cm})^2 + (4{,}2\text{cm})^2 - (8{,}3\text{cm})^2}{2\cdot 3{,}7\text{cm}\cdot 4{,}2\text{cm}} \\
& \approx -1{,}208
\end{aligned}
$$

Ein Dreieck mit diesen Maßen existiert nicht!