Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Flächeninhalte beliebiger Dreiecke (Niveau 1)

1 Berechne die fehlenden Größen des Dreiecks *ABC*.
Hinweis: Überlege zuerst welche der folgenden Formeln du benötigst.

Sinussatz: $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$

Kosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Flächeninhalt eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2}bc \cdot \sin\alpha$; $A = \frac{1}{2}ac \cdot \sin\beta$ bzw. $A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma$

	a	b	c	α	β	γ	A
a)	3 cm	6 cm			30°		
b)		7 cm	3 cm		100°		
c)	5 cm	4 cm	2 cm				
d)		7 cm	2 cm	140°			
e)			7 cm	60°		70°	

2 In einem Dreieck *ABC* ist $a = 3$ cm, $\alpha = 70°$, $\beta = 60°$ und $\gamma = 50°$.
Berechne die Länge der Seite b und den Flächeninhalt.
Hinweis: Verwende zur Berechnung von b den Sinussatz.

____

____

____

3 In einem Dreieck *ABC* ist $A = 20\ \text{cm}^2$, $\alpha = 70°$, $b = 8$ cm.
Berechne die Länge der Seite c.

____

____

____

Dreiecksberechnungen

Flächeninhalte beliebiger Dreiecke (Niveau 1)

1 Berechne die fehlenden Größen des Dreiecks *ABC*.
Hinweis: Überlege zuerst welche der folgenden Formeln du benötigst.
Sinussatz: $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$
Kosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$
Flächeninhalt eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2}bc \cdot \sin\alpha$; $A = \frac{1}{2}ac \cdot \sin\beta$ bzw. $A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma$

	a	b	c	α	β	γ	A
a)	3 cm	6 cm	**≈ 8,4 cm**	**≈ 14,5°**	30°	**≈ 135,5°**	**≈ 6,3 cm²**
b)	**≈ 5,8 cm**	7 cm	3 cm	**≈ 55,0°**	100°	**≈ 25,0°**	**≈ 8,6 cm²**
c)	5 cm	4 cm	2 cm	**≈ 108,2°**	**≈ 49,5°**	**≈ 22,3°**	**≈ 3,8 cm²**
d)	**≈ 8,6 cm**	7 cm	2 cm	140°	**≈ 31,4°**	**≈ 5,8°**	**≈ 4,5 cm²**
e)	**≈ 6,5 cm**	**≈ 5,7 cm**	7 cm	60°	**50°**	70°	**≈ 17,3 cm²**

2 In einem Dreieck *ABC* ist $a = 3$ cm, $\alpha = 70°$, $\beta = 60°$ und $\gamma = 50°$.
Berechne die Länge der Seite b und den Flächeninhalt.
Hinweis: Verwende zur Berechnung von b den Sinussatz.

$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} \approx 2{,}76$ cm;

$A = \frac{1}{2} a\, b \sin(\gamma) \approx 3{,}17\ \text{cm}^2$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt rund 3,17 cm².

3 In einem Dreieck *ABC* ist $A = 20\ \text{cm}^2$, $\alpha = 70°$, $b = 8$ cm.
Berechne die Länge der Seite c.

$A = \frac{1}{2} bc \cdot \sin\alpha$; $c = \frac{2A}{b \cdot \sin\alpha}$

$c = \frac{40\ \text{cm}^2}{8\ \text{cm} \cdot \sin 70°} \approx 5{,}32$ cm

Die Seite c ist rund 5,32 cm lang.

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Flächeninhalte beliebiger Dreiecke (Niveau 2)

1 Berechne die fehlenden Größen des Dreiecks *ABC*.

	a	b	c	α	β	γ	A
a)	3,1 cm	6,2 cm			34°		
b)		7 cm	3,2 cm		125°		
c)	4,8 cm	3,7 cm	2,6 cm				
d)		7,4 cm	2,8 cm	138°			
e)	3,9 cm		5,8 cm	32°			
f)			7,2 cm	55°	73°		
g)	4,7 cm	3,8 cm					8,58 cm^2

2 In einem Dreieck *ABC* ist $a = 5$ cm, $\alpha = 40°$, $\beta = 80°$.
Berechne die Länge der Seite b und den Flächeninhalt.

3 Welche Seitenlängen hat ein Dreieck mit dem Flächeninhalt 32 cm² und den Winkeln $\alpha = 75°$ und $\beta = 35°$?

Dreiecksberechnungen

Flächeninhalte beliebiger Dreiecke (Niveau 2)

1 Berechne die fehlenden Größen des Dreiecks ABC.

	a	b	c	α	β	γ	A
a)	3,1 cm	6,2 cm	≈ 8,5 cm	≈ 16,2°	34°	≈ 129,8°	≈ 7,4 cm^2
b)	≈ 4,7 cm	7 cm	3,2 cm	≈ 33,0°	125°	≈ 22,0°	≈ 6,1 cm^2
c)	4,8 cm	3,7 cm	2,6 cm	≈ 97,7°	≈ 49,8°	≈ 32,5°	≈ 4,8 cm^2
d)	≈ 9,7 cm	7,4 cm	2,8 cm	138°	≈ 30,8°	≈ 11,2°	≈ 6,9 cm^2
e)	3,9 cm	≈ 7,3 cm	5,8 cm	32°	≈ 96,0°	≈ 52,0°	≈ 11,2 cm^2
f)	≈ 7,5 cm	≈ 8,7 cm	7,2 cm	55°	73°	52°	≈ 25,8 cm^2
g)	4,7 cm	3,8 cm	≈ 5,5 cm	≈ 57,3°	≈ 42,9°	≈ 79,8°	8,58 cm^2

2 In einem Dreieck ABC ist $a = 5$ cm, $\alpha = 40°$, $\beta = 80°$.
Berechne die Länge der Seite b und den Flächeninhalt.

$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} \approx 7{,}66\text{ cm};\ \gamma = 60°;$

$A = \frac{1}{2} a\, b \sin(\gamma) \approx 16{,}6\text{ cm}^2$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 16,6 cm^2.

3 Welche Seitenlängen hat ein Dreieck mit dem Flächeninhalt 32 cm^2 und den Winkeln $\alpha = 75°$ und $\beta = 35°$?

$\gamma = 180° - 75° - 35° = 70°$. Aus $A = \frac{1}{2} a\, b \sin(\gamma)$ und $a = b\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ folgt:

$A = \frac{1}{2} b^2 \sin(\gamma)\ \frac{\sin\alpha}{\sin\beta};\ b^2 = 2A \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\alpha \cdot \sin\gamma} \approx 40{,}44\text{ cm}^2;\ b \approx 6{,}36\text{ cm}$

$a = b\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 10{,}71\text{ cm};\ c = b\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \approx 10{,}42\text{ cm}$

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Berechnungen mit dem Kosinussatz (Niveau 2)

1 Berechne die dritte Seite im Dreieck ABC.

a) $b = 4{,}9$ cm; $c = 8{,}5$ cm; $\alpha = 62°$

b) $a = 7{,}1$ cm; $c = 11{,}8$ cm; $\beta = 18°$

c) $a = 3{,}7$ cm; $b = 8{,}5$ cm; $\gamma = 56°$

2 Berechne die fehlenden Winkel im Dreieck ABC.

a) $a = 8{,}2$ cm; $b = 4{,}4$ cm; $c = 9{,}7$ cm

b) $a = 10{,}1$ cm; $b = 3$ cm; $c = 8{,}5$ cm

c) $a = 3{,}7$ cm; $b = 6{,}6$ cm; $c = 5{,}5$ cm

3 Berechne die fehlenden Dreiecksgrößen.

	a	b	c	α	β	γ
a)		4 cm	6,4 cm	112°		
b)	2,4 cm	5,3 cm	4,8 cm			
c)	8,7 cm		10 cm		59°	
d)	4,8 cm	8 cm				109°
e)	281 cm	224 cm	425 cm			

Dreiecksberechnungen

Berechnungen mit dem Kosinussatz (Niveau 2)

1 Berechne die dritte Seite im Dreieck *ABC*.

a) $b = 4{,}9$ cm; $c = 8{,}5$ cm; $\alpha = 62°$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; $a \approx 7{,}6$ cm

b) $a = 7{,}1$ cm; $c = 11{,}8$ cm; $\beta = 18°$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; $b \approx 5{,}5$ cm

c) $a = 3{,}7$ cm; $b = 8{,}5$ cm; $\gamma = 56°$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$; $c \approx 7{,}1$ cm

2 Berechne die fehlenden Winkel im Dreieck *ABC*.

a) $a = 8{,}2$ cm; $b = 4{,}4$ cm; $c = 9{,}7$ cm

$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2) : 2bc$; $\cos\beta = (a^2 + c^2 - b^2) : 2ac$;

$\cos\gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : 2ab$;

$\alpha \approx 57{,}2°$; $\beta \approx 26{,}8°$; $\gamma \approx 96{,}0°$

b) $a = 10{,}1$ cm; $b = 3$ cm; $c = 8{,}5$ cm

$\alpha \approx 114{,}0°$; $\beta \approx 15{,}7°$; $\gamma \approx 50{,}3°$

c) $a = 3{,}7$ cm; $b = 6{,}6$ cm; $c = 5{,}5$ cm

$\alpha \approx 34{,}1°$; $\beta \approx 89{,}5°$; $\gamma \approx 56{,}4°$

3 Berechne die fehlenden Dreiecksgrößen.

	a	b	c	α	β	γ
a)	≈ 8,7 cm	4 cm	6,4 cm	112°	≈ 25,2	≈ 42,8°
b)	2,4 cm	5,3 cm	4,8 cm	≈ 26,9°	≈ 88,2°	≈ 64,9°
c)	8,7 cm	≈ 9,3 cm	10 cm	≈ 53,5°	59°	≈ 67,5°
d)	4,8 cm	8 cm	≈ 10,6 cm	≈ 25,4°	≈ 45,6°	109°
e)	281 cm	224 cm	425 cm	≈ 37,1°	≈ 28,7°	≈ 114,1°

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Berechnungen mit dem Kosinussatz (Niveau 1)

1 Entscheide zuerst welche Formel du anwenden musst.
Berechne anschließend die dritte Seite im Dreieck ABC.
I $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; **II** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; **III** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

a) $b = 5$ cm; $c = 8$ cm; $\alpha = 70°$

____

b) $a = 7$ cm; $c = 12$ cm; $\beta = 20°$

____

c) $a = 4$ cm; $b = 9$ cm; $\gamma = 50°$

____

2 Berechne die fehlenden Winkel im Dreieck ABC.
Stelle hierzu den Kosinussatz um.

Beispiel: $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

a) $a = 8$ cm; $b = 5$ cm; $c = 10$ cm

____

____

____

b) $a = 8$ cm; $b = 5$ cm; $c = 5$ cm

____

____

____

3 Berechne die fehlenden Dreiecksgrößen.

	a	b	c	α	β	γ
a)		4 cm	6 cm	110°		≈ 43,0°
b)	2 cm		5 cm		88,2°	
c)	7 cm	3 cm				80°
d)		8 cm	10 cm	30°		
e)	20 cm	15 cm	10 cm			

Dreiecksberechnungen

Berechnungen mit dem Kosinussatz (Niveau 1)

1 Entscheide zuerst welche Formel du anwenden musst.
Berechne anschließend die dritte Seite im Dreieck *ABC*.
I $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; **II** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; **III** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

a) $b = 5$ cm; $c = 8$ cm; $\alpha = 70°$

I $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; $a \approx 7{,}9$ cm

b) $a = 7$ cm; $c = 12$ cm; $\beta = 20°$

II $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; $b \approx 5{,}9$ cm

c) $a = 4$ cm; $b = 9$ cm; $\gamma = 50°$

III $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$; $c \approx 7{,}1$ cm

2 Berechne die fehlenden Winkel im Dreieck *ABC*.
Stelle hierzu den Kosinussatz um.

Beispiel: $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

a) $a = 8$ cm; $b = 5$ cm; $c = 10$ cm

$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2) : 2bc$; $\cos\beta = (a^2 + c^2 - b^2) : 2ac$;

$\cos\gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : 2ab$;

$\alpha \approx 52{,}4°$; $\beta \approx 29{,}7°$; $\gamma \approx 97{,}9°$

b) $a = 8$ cm; $b = 5$ cm; $c = 5$ cm

$\alpha \approx 106{,}3°$; $\beta \approx 36{,}9°$; $\gamma \approx 36{,}9°$

3 Berechne die fehlenden Dreiecksgrößen.

	a	*b*	*c*	α	β	γ
a)	**≈ 8,3 cm**	4 cm	6 cm	110°	**≈ 27,0**	≈ 43,0°
b)	2 cm	**≈ 5,3 cm**	5 cm	**≈ 22,0°**	88,2°	**≈ 69,8°**
c)	7 cm	3 cm	**≈ 7,1 cm**	**≈ 75,5°**	**≈ 24,5°**	80°
d)	**≈ 5,0 cm**	8 cm	10 cm	30°	**≈ 52,5°**	**≈ 97,5°**
e)	20 cm	15 cm	10 cm	**≈ 104,5°**	**≈ 46,6°**	**≈ 29,0°**

Name:	
Klasse:	Datum:

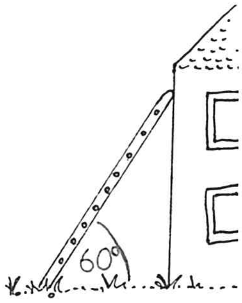
Arbeitsblatt
Mathematik

Trigonometrie

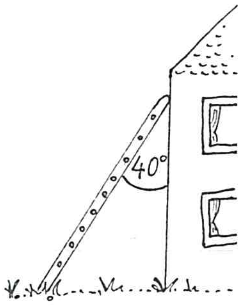
Anwendungen zu trigonometrischen Beziehungen (Niveau 1)

1 Eine Leiter wird an eine Hauswand gelehnt.

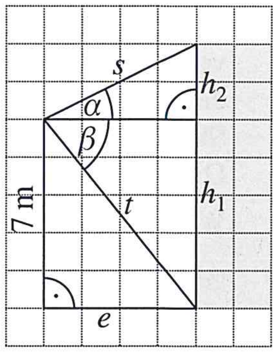
a) Die Leiter soll mindestens 6 m Höhe an der Hauswand erreichen und darf nur einen Winkel von 60° mit dem Boden bilden.
Berechne, wie lang die Leiter mindestens sein muss. (*Hinweis:* Der Sinus hilft dir dabei.)



b) Eine Leiter mit 5 m Länge lehnt an der Wand und schließt mit ihr einen Winkel von 40° ein. In welcher Höhe lehnt die Leiter an der Wand?



2 Vom Fenster eines Hauses in 6 m Höhe erscheint die Unterkante vom gegenüberliegenden Haus unter dem Tiefenwinkel $\beta = 60°$, die Kante des Flachdaches unter dem Höhenwinkel $\alpha = 40°$ (siehe Skizze).
Die Häuser sind 5 m voneinander entfernt.
Wie hoch ist das Haus?



gegeben: $h_1 = 7\text{m}$; $\alpha = 40°$; $\beta = 60°$; $e = 5$ m
gesucht: $h = h_1 + h_2$

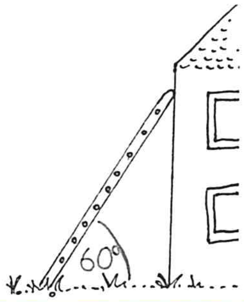
Achtung: Du benötigst nicht alle Werte zur Berechnung.

Trigonometrie

Anwendungen zu trigonometrischen Beziehungen (Niveau 1)

1 Eine Leiter wird an eine Hauswand gelehnt.

a) Die Leiter soll mindestens 6 m Höhe an der Hauswand erreichen und darf nur einen Winkel von 60° mit dem Boden bilden.
Berechne, wie lang die Leiter mindestens sein muss. (*Hinweis:* Der Sinus hilft dir dabei.)

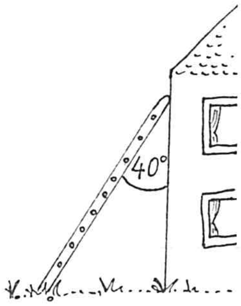


$\sin 60° = \frac{6\,m}{l}$; $l = 6\,m : \sin 60°$;

$l \approx 6{,}93\,m$

Die Leiter muss ca. 6,93 m lang sein.

b) Eine Leiter mit 5 m Länge lehnt an der Wand und schließt mit ihr einen Winkel von 40° ein. In welcher Höhe lehnt die Leiter an der Wand?

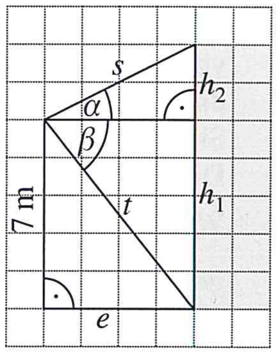


$\cos 40° = \frac{h}{5\,m}$; $h = \cos 40° \cdot 5\,m$;

$h \approx 3{,}83\,m$

Die Leiter lehnt in ca. 3,83 m Höhe an der Wand.

2 Vom Fenster eines Hauses in 6 m Höhe erscheint die Unterkante vom gegenüberliegenden Haus unter dem Tiefenwinkel $\beta = 60°$, die Kante des Flachdaches unter dem Höhenwinkel $\alpha = 40°$ (siehe Skizze).
Die Häuser sind 5 m voneinander entfernt.
Wie hoch ist das Haus?



gegeben: $h_1 = 7\text{m}$; $\alpha = 40°$; $\beta = 60°$; $e = 5$ m
gesucht: $h = h_1 + h_2$

Achtung: Du benötigst nicht alle Werte zur Berechnung.

$\tan \alpha = \frac{h_2}{e}$; $h_2 = \tan \alpha \cdot e$; $h_2 \approx \tan 40° \cdot 5\,m$; $h_2 \approx 4{,}20\,m$

Das Haus ist ca. 10,20 m hoch (6 m + 4,20 m).

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Trigonometrie

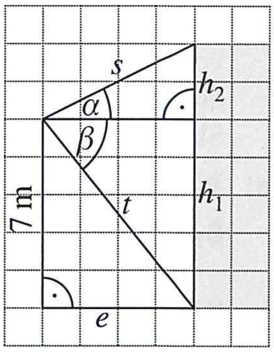
Anwendungen zu trigonometrischen Beziehungen (Niveau 2)

1 Eine Leiter wird an eine Hauswand gelehnt.

a) Die Leiter soll mindestens 5,8 m Höhe an der Hauswand erreichen und darf nur einen Winkel von 58° mit dem Boden bilden.
Zeichne eine Skizze und berechne, wie lang die Leiter mindestens sein muss.

b) Eine Leiter mit 5,2 m Länge lehnt an der Wand und schließt mit ihr einen Winkel von 47° ein. In welcher Höhe lehnt die Leiter an der Wand? Löse mithilfe einer Skizze.

2 Vom Fenster eines Hauses in 7 m Höhe erscheint die Unterkante vom gegenüberliegenden Haus unter dem Tiefenwinkel $\beta = 60°$, die Kante des Flachdaches unter dem Höhenwinkel $\alpha = 38°$ (siehe Skizze).



a) Wie weit sind die Häuser voneinander entfernt?

b) Wie weit ist die Dachkante vom Peilpunkt entfernt?

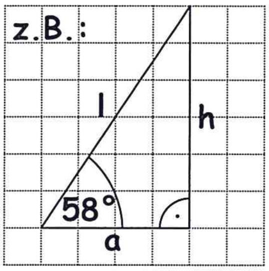
c) Wie hoch ist das Haus?

Trigonometrie

Anwendungen zu trigonometrischen Beziehungen (Niveau 2)

1 Eine Leiter wird an eine Hauswand gelehnt.

a) Die Leiter soll mindestens 5,8 m Höhe an der Hauswand erreichen und darf nur einen Winkel von 58° mit dem Boden bilden.
Zeichne eine Skizze und berechne, wie lang die Leiter mindestens sein muss.

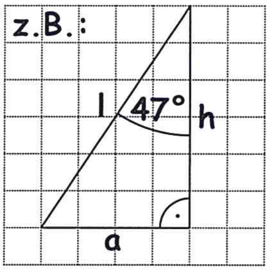


$\sin 58° = \frac{5{,}8\text{ m}}{l}$; $l = 5{,}8\text{ m} : \sin 58°$;

$l \approx 6{,}84\text{ m}$

Die Leiter muss mindestens 6,84 m lang sein.

b) Eine Leiter mit 5,2 m Länge lehnt an der Wand und schließt mit ihr einen Winkel von 47° ein. In welcher Höhe lehnt die Leiter an der Wand? Löse mithilfe einer Skizze.

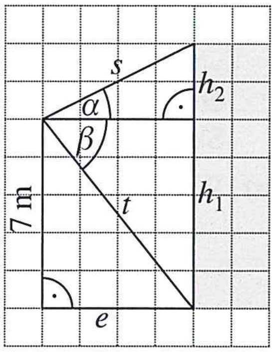


$\cos 47° = \frac{h}{5{,}2\text{ m}}$; $h = \cos 47° \cdot 5{,}2\text{ m}$;

$h \approx 3{,}55\text{ m}$

Die Leiter lehnt in ca. 3,55 m Höhe an der Wand.

2 Vom Fenster eines Hauses in 7 m Höhe erscheint die Unterkante vom gegenüberliegenden Haus unter dem Tiefenwinkel $\beta = 60°$, die Kante des Flachdaches unter dem Höhenwinkel $\alpha = 38°$ (siehe Skizze).



a) Wie weit sind die Häuser voneinander entfernt?

$\beta_1 = 90° - \beta$; $\beta_1 = 30°$; $\tan \beta_1 = \frac{e}{7\text{ m}}$;

$e = \tan \beta_1 \cdot 7\text{ m}$; $e = \tan 30° \cdot 7\text{ m}$; $e \approx 4{,}04\text{ m}$

Die Häuser haben ca. 4,04 m Abstand.

b) Wie weit ist die Dachkante vom Peilpunkt entfernt?

$\cos \alpha = \frac{e}{s}$; $s = e : \cos \alpha$; $s \approx 4{,}04\text{ m} : \cos 38°$; $s \approx 5{,}13\text{ m}$

Die Dachkante ist ca. 5,13 m vom Peilpunkt entfernt.

c) Wie hoch ist das Haus?

$\tan \alpha = \frac{h_2}{e}$; $h_2 = \tan \alpha \cdot e$; $h_2 \approx \tan 38° \cdot 4{,}04\text{ m}$; $h_2 \approx 3{,}16\text{ m}$

Das Haus ist ca. 10,16 m hoch (7 m + 3,16 m).

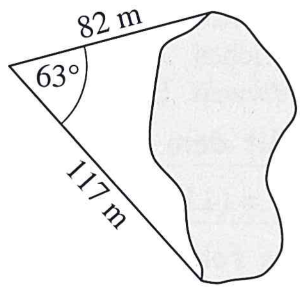
Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Trigonometrie in beliebigen Dreiecken

Navigations- und Vermessungsaufgaben (Niveau 1)

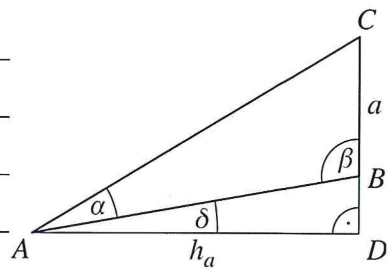
1 Ermittle anhand der Messdaten die Länge c des abgebildeten Teiches.
Hinweis: Der Kosinussatz hilft bei der Berechnung.



2 Eine Wandergruppe, die in einem ebenen Gelände unterwegs ist, erblickt in einiger Entfernung einen kleinen Hügel mit einem Aussichtsturm darauf.
Wie groß ist die Entfernung h_a der Gruppe zum Aussichtsturm?

gegeben:
a: 50 m (Höhe des Turms)
δ: 2° (Höhenwinkel des Turmfußpunktes B)
$\alpha + \delta$: 5° (Höhenwinkel der Turmspitze C)
gesucht:
h_a (Entfernung der Gruppe zum Aussichtsturm)

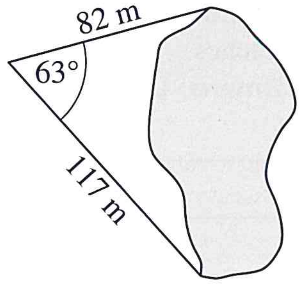
Tipps: Berechne zuerst die Größe des Winkels β.
Berechne mithilfe von α und β die Länge der Strecke $\overline{AC}$ oder $\overline{AB}$.
Mit ihrer Hilfe kann h_a berechnet werden.



Trigonometrie in beliebigen Dreiecken

Navigations- und Vermessungsaufgaben (Niveau 1)

1 Ermittle anhand der Messdaten die Länge c des abgebildeten Teiches.
Hinweis: Der Kosinussatz hilft bei der Berechnung.



Mit dem Kosinussatz ergibt sich

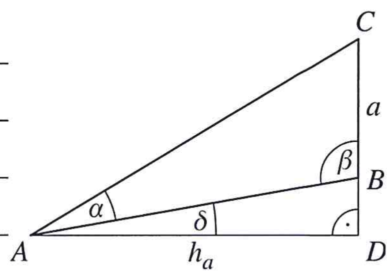
$c^2 = (117\text{ m})^2 + (82\text{ m})^2 - 2 \cdot 117\text{ m} \cdot 82\text{ m} \cdot \cos 63°.$

Es folgt $c \approx 108\text{ m}$.

2 Eine Wandergruppe, die in einem ebenen Gelände unterwegs ist, erblickt in einiger Entfernung einen kleinen Hügel mit einem Aussichtsturm darauf.
Wie groß ist die Entfernung h_a der Gruppe zum Aussichtsturm?

gegeben:
a: 50 m (Höhe des Turms)
δ: 2° (Höhenwinkel des Turmfußpunktes B)
$\alpha + \delta$: 5° (Höhenwinkel der Turmspitze C)
gesucht:
h_a (Entfernung der Gruppe zum Aussichtsturm)

Tipps: Berechne zuerst die Größe des Winkels β.
Berechne mithilfe von α und β die Länge der Strecke $\overline{AC}$ oder $\overline{AB}$.
Mit ihrer Hilfe kann h_a berechnet werden.



$\alpha = (\alpha + \delta) - \delta = 5° - 2° = 3°$

$\gamma = \sphericalangle ACB = 180° - 90° - (\alpha + \delta) = 85°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma = 92°$

Aus $a \sin(\beta) = \overline{AC} \sin(\alpha)$ folgt $\overline{AC} \approx 954{,}78\text{ m}$

und dann ist $h_a = \overline{AC} \cos(\alpha + \delta) \approx 951{,}15\text{ m}$.

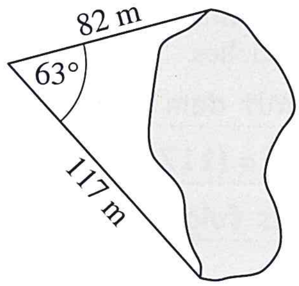
Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

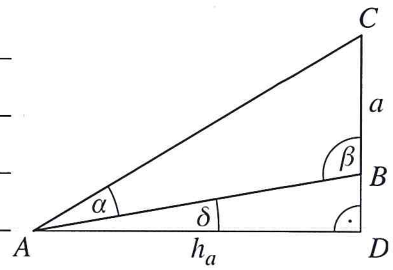
Trigonometrie in beliebigen Dreiecken

Navigations- und Vermessungsaufgaben (Niveau 2)

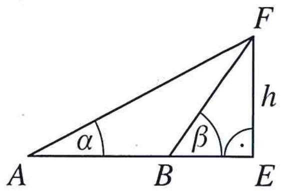
1 Ermittle anhand der Messdaten die Länge c des abgebildeten Teiches.



2 Eine Wandergruppe, die in einem ebenen Gelände unterwegs ist, erblickt in einiger Entfernung einen kleinen Hügel mit einem Aussichtsturm darauf.
Der Turm ist 50 m hoch, die Höhe des Hügels ist nicht bekannt. Der Höhenwinkel δ des Turmfußpunktes B beträgt 2°, der Höhenwinkel $\alpha + \delta$ der Turmspitze C beträgt 5°.
Wie groß ist die Entfernung h_a der Gruppe zum Aussichtsturm?



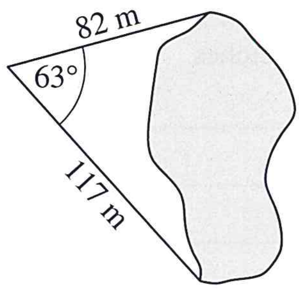
3 Aus einer Ebene ragt ein steiler Fels hervor, dessen Spitze von einem Punkt A unter einem Höhenwinkel $\alpha = 28°$ und von einem Punkt B unter einem Höhenwinkel $\beta = 55°$ erscheint. Die Punkte A und B sind 125 m voneinander entfernt. Wie hoch ist der Fels?



Trigonometrie in beliebigen Dreiecken

Navigations- und Vermessungsaufgaben (Niveau 2)

1 Ermittle anhand der Messdaten die Länge c des abgebildeten Teiches.

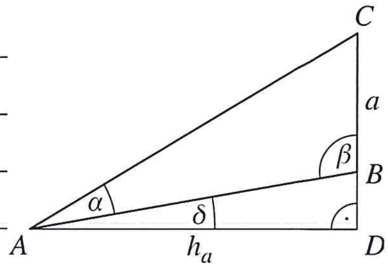


Mit dem Kosinussatz ergibt sich

$c^2 = (117\text{ m})^2 + (82\text{ m})^2 - 2 \cdot 117\text{ m} \cdot 82\text{ m} \cdot \cos 63°$.

Es folgt $c \approx 108$ m.

2 Eine Wandergruppe, die in einem ebenen Gelände unterwegs ist, erblickt in einiger Entfernung einen kleinen Hügel mit einem Aussichtsturm darauf.
Der Turm ist 50 m hoch, die Höhe des Hügels ist nicht bekannt. Der Höhenwinkel δ des Turmfußpunktes B beträgt 2°, der Höhenwinkel $\alpha + \delta$ der Turmspitze C beträgt 5°.
Wie groß ist die Entfernung h_a der Gruppe zum Aussichtsturm?



$\alpha = (\alpha + \delta) - \delta = 5° - 2° = 3°$

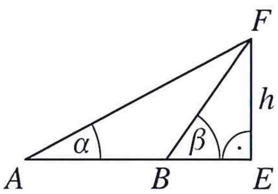
$\gamma = \sphericalangle ACB = 180° - 90° - (\alpha + \delta) = 85°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma = 92°$

Aus $a \sin(\beta) = \overline{AC} \sin(\alpha)$ folgt $\overline{AC} \approx 954{,}78$ m

und dann ist $h_a = \overline{AC} \cos(\alpha + \delta) \approx 951{,}15$ m.

3 Aus einer Ebene ragt ein steiler Fels hervor, dessen Spitze von einem Punkt A unter einem Höhenwinkel $\alpha = 28°$ und von einem Punkt B unter einem Höhenwinkel $\beta = 55°$ erscheint. Die Punkte A und B sind 125 m voneinander entfernt. Wie hoch ist der Fels?



$\beta' = \sphericalangle FBA = 180° - \beta = 125°$

$\gamma = \sphericalangle AFB = 180° - \alpha - \beta' = 27°$

Wegen $\overline{AB} \cdot \sin\alpha = \overline{BF} \cdot \sin\gamma$ ergibt sich durch Umstellen $\overline{BF} \approx 129{,}26$ m.

$h = \overline{BF} \cdot \sin\beta \approx 105{,}88$ m

2 Geometrie

2.3 Dreiecksberechnungen

Methoden, Infotexte und Spiele

Die Methoden, Infotexte und Spiele dienen der Einführung, der Wiederholung und der Festigung von mathematischen Inhalten.
Die Hinweise auf dieser Seite bieten unter anderem Anregungen wann die Materialien im Unterricht eingesetzt werden können.

Inhalt:

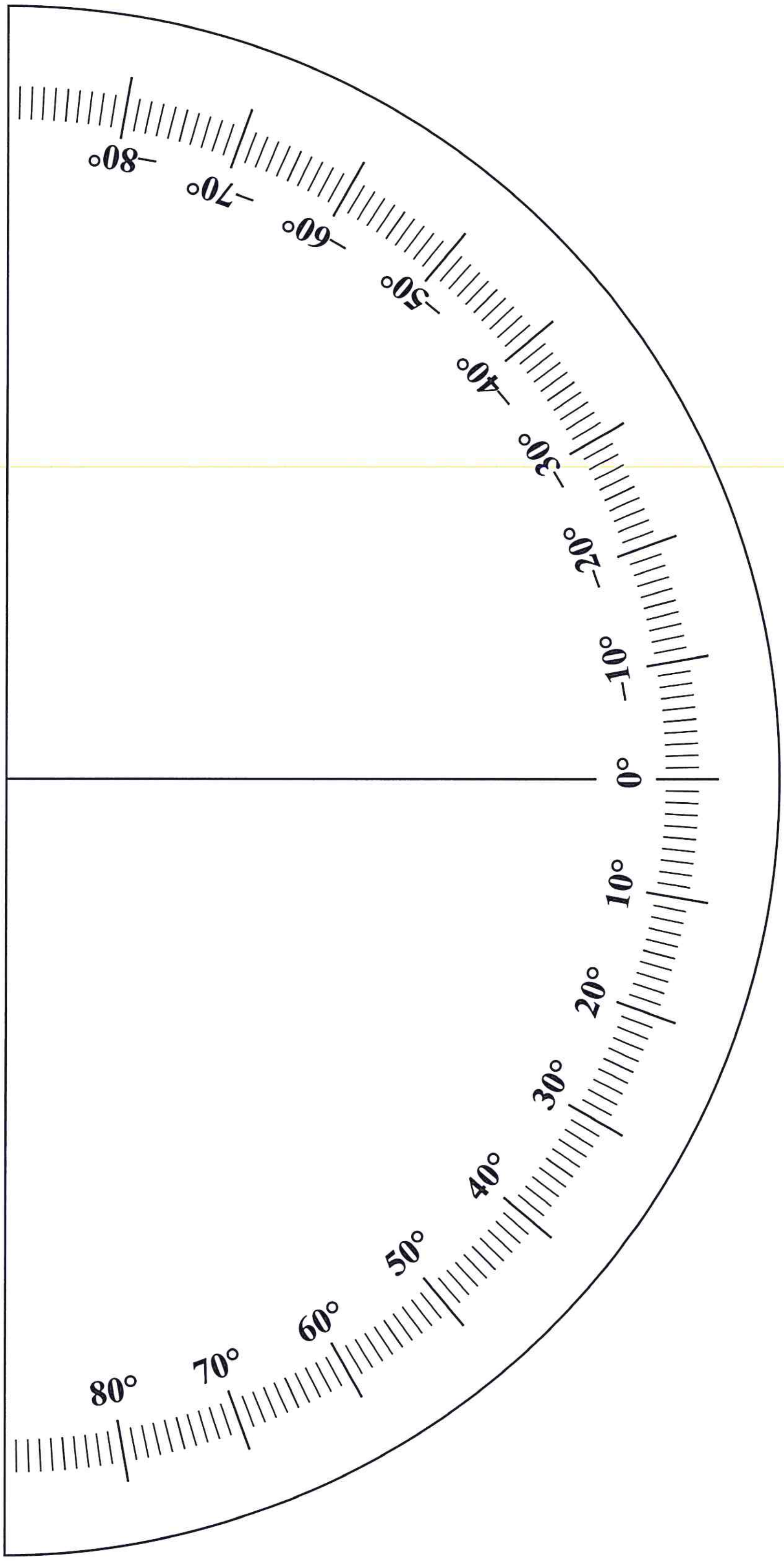
Hinweise zu den Methoden, Infotexten und Spielen:

- *Skala für einen Höhenwinkelmesser; Skala für einen Horizontalwinkelmesser:*
  Mithilfe des Höhenwinkelmessers und des Horizontalwinkelmessers lassen sich leicht Vermessungen im Gelände bzw. auf dem Schulhof durchführen.
  Hier sollten die Schülerinnen und Schüler zuerst Überlegungen anstellen, welche Größen sie mindestens bestimmen müssen, um Höhen, Abstände oder Entfernungen berechnen zu können.
- *Dreiecke eindeutig konstruieren:*
  Das Spiel „Dreiecke eindeutig konstruieren“ eignet sich zum Einstieg in das Thema Dreiecksberechnungen.

Name:	
Klasse:	Datum:

Dreiecksberechnungen

Skala für einen Höhenwinkelmesser



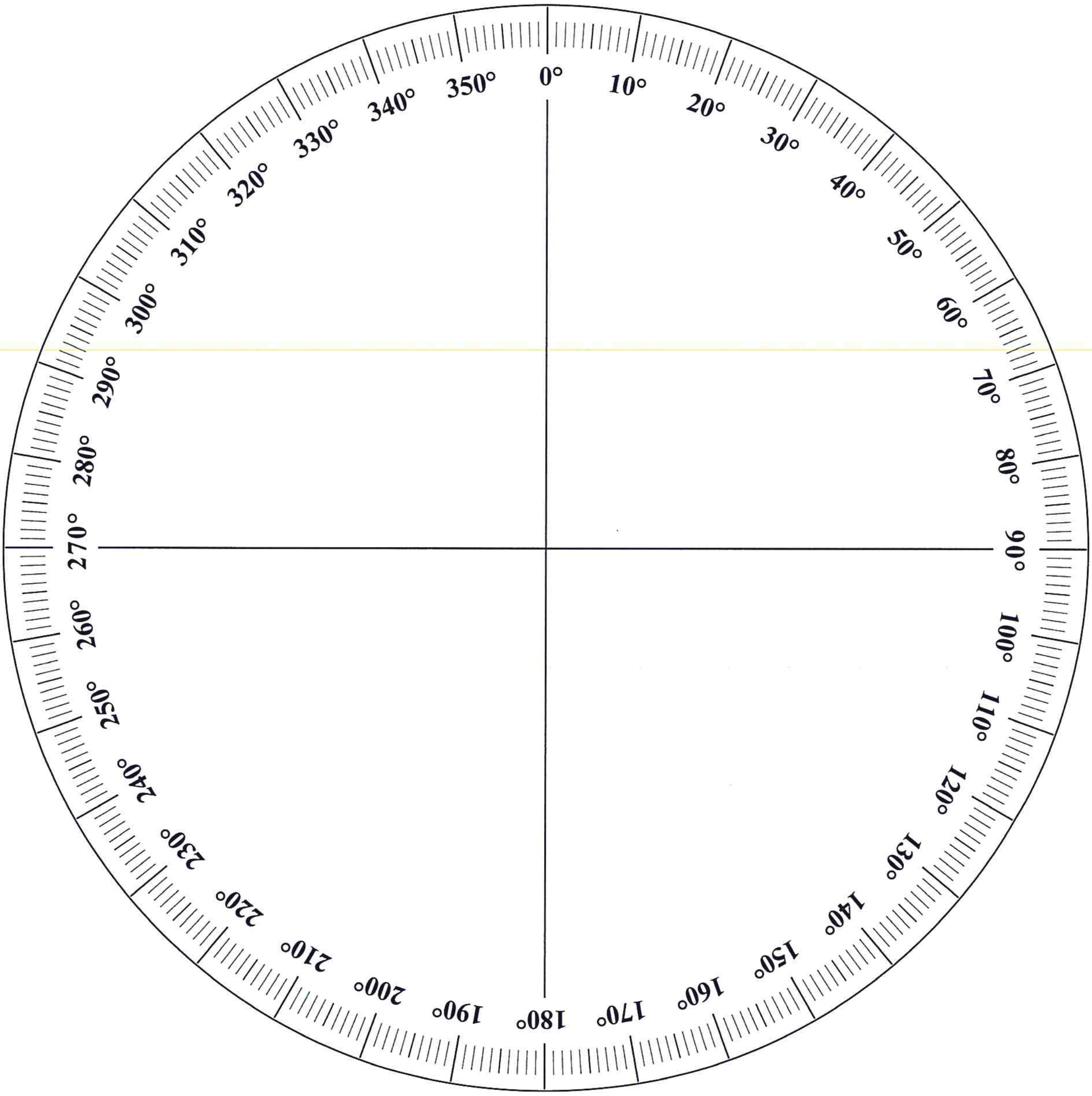
Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Skala für einen Horizontalwinkelmesser

Vorlage zum vergrößerten Ausdrucken bzw. Kopieren auf DIN A3 (Zoomfaktor 250 %) und Ausschneiden.



Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Dreiecke eindeutig konstruieren (1/3)

Für die Konstruktion eines Dreiecks können Winkel und Seiten angegeben sein.

Arbeitet zu zweit.
Denkt euch verschiedene Seitenlängen und Winkelgrößen für ein Dreieck aus und schreibt sie auf Kärtchen.
Zieht abwechselnd jeweils ein Kärtchen. Wer zuerst begründen kann, dass sein Dreieck mit den gezogenen Angaben eindeutig konstruierbar ist, erhält einen Punkt.

Welche Vereinfachungen ergeben sich, wenn man von rechtwinkligen Dreiecken ausgeht?
Fertigt eine Übersicht über eure Ergebnisse an und präsentiert sie den anderen Gruppen.

1 cm	1,5 cm	2 cm	2,5 cm
3 cm	3 cm	3 cm	3,5 cm
4 cm	4,5 cm	5 cm	5,5 cm

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Dreiecke eindeutig konstruieren (2/3)

6 cm	6,5 cm	7 cm	7,5 cm
8 cm	8,5 cm	9 cm	9,5 cm
5°	10°	20°	25°
30°	45°	45°	60°
60°	60°	75°	80°

Name:	
Klasse:	Datum:

Arbeitsblatt
Mathematik

Dreiecksberechnungen

Dreiecke eindeutig konstruieren (3/3)

90°	90°	100°	110°
120°	135°	160°	180°