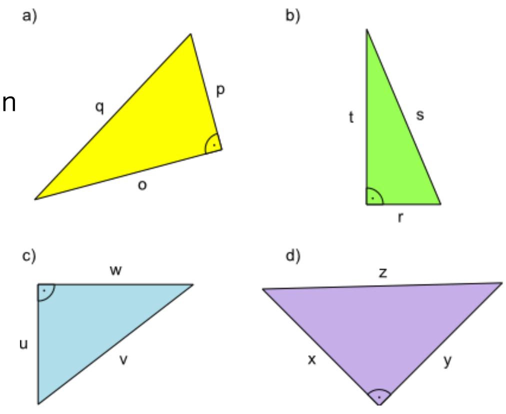
Vorbereitung Klassenarbeit SdP

1. Aufgabe

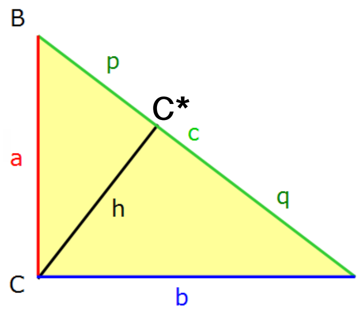
Notiere den Satz des Pythagoras für Dreiecke mit anderen Seitenbezeichnungen. Achte auf die beiden kurzen und auf die lange Seite.



Lösungen

a	$o^2+p^2=q^2$
b	$r^2+t^2=s^2$
c	$u^2+w^2=v^2$
d	$x^2+y^2=z^2$

Notiere den Satz des Pythagoras für alle möglichen Dreiecke.



Lösungen

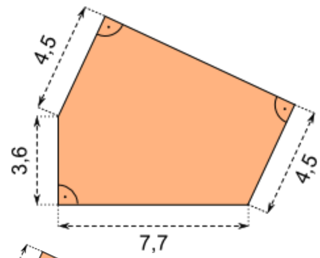
$a^2+b^2=c^2$

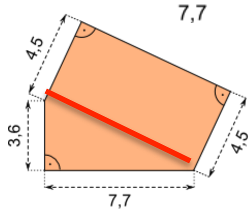
$h^2+q^2=b^2$

$h^2+p^2=a^2$

2. Aufgabe

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Figur. (1LE=1cm)





Lösungen

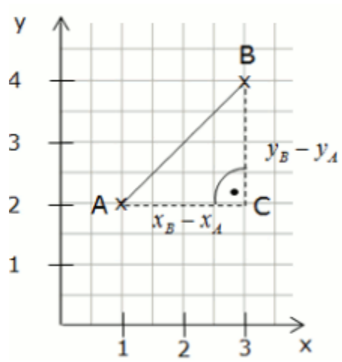
1. Dreieck $3{,}6^2 + 7{,}7^2 = x^2$ x= 8,5 cm A= $\frac{3{,}6\cdot 7{,}7}{2} = 13{,}86\ cm^2$
2. Rechteck, da gegenüberliegende Seiten gleichlang und zwei rechte Winkel $8{,}5 \cdot 4{,}5 = 38{,}25\ cm^2$

3. Umfang: u= 3,6+4,5+8,5+4,5+7,7=28,8 cm

3. Aufgabe

Bestimme den Abstand zwischen A(1/2) und B(3/4)

Lösungen



$A(x_A \mid y_A)\quad B(x_B \mid y_B)$

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2$

$\overline{AC} = x_B - x_A$

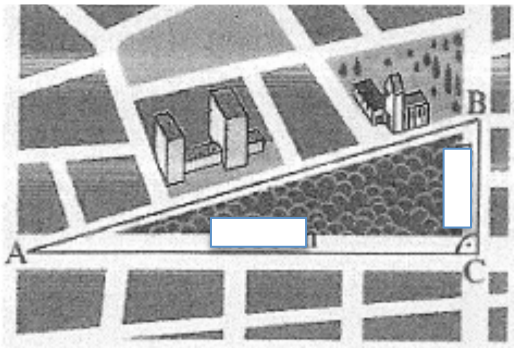
$\overline{CB} = y_B - y_A$

$\overline{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4}$

$\overline{AB} = \sqrt{8} \approx 2{,}8$

3. Aufgabe



Von A nach B führt eine stark befahrene schmale Straße. Wie lang ist die Abkürzung in km?
Um wie viel Prozent ist der Umweg über die beiden Hauptstraßen $\overline{AC} = 4cm\ und\ \overline{CB} = 1cm$ länger als die Abkürzung $\overline{A}$?
Die Streckenabschnitte auf der Karte sind im Maßstab 1 : 500 abgebildet.

Lösung

$\overline{AC} = 4cm\ und\ \overline{CB} = 1cm$

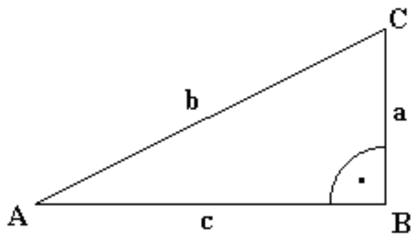
$b^2 + a^2 = c^2 \leftrightarrow \quad c \approx 4{,}1\ cm \rightarrow \dfrac{Bild}{Original} = \dfrac{1}{500} = \dfrac{4{,}1cm}{x} \rightarrow x = 2061{,}55\ cm \approx 20{,}6\ m$

$\frac{5cm}{4{,}1cm} \approx 1{,}22 \rightarrow 122\%$ Der Umweg ist um ca. 22% länger.

4. Aufgabe

Ein rechtwinkliges Dreieck hat Katheten mit den Längen a=5 cm und c=15 cm. Berechne die Länge der Hypotenuse.	Ein gleichschenkliges Dreieck hat eine 12 cm lange Basis und 8 cm lange Schenkel. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks!
Wie lang ist die Diagonale eines Rechtecks mit den Seitenlängen 5 cm und 7 cm?	In einem gleichschenkligen Dreieck beträgt die Länge der Basis 8 cm und die Höhe ist 4 cm lang. Wie lang sind die beiden Schenkel?
Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 12 cm. Wie lang ist die Diagonale?	Ein Kreis mit dem Radis 4 cm hat eine Sehne der Länge 5 cm. Welchen Abstand hat die Sehne vom Kreismittelpunkt?

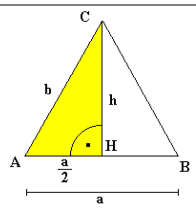
Lösungen



Gegeben :
a = 5cm
c = 15cm
Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$b^2 = a^2 + c^2$$
$$\Leftrightarrow \quad b = \sqrt{a^2 + c^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad b = \sqrt{(5cm)^2 + (15cm)^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad b \approx 15{,}8cm$$

Die Hypotenuse ist ca. 15,8 cm lang



Der Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet sich nach

(1) $A = \frac{1}{2}gh$

Hier sei die Basis des gleichschenkligen Dreiecks die zur Flächeninhaltsberechnung erforderliche Grundseite. Die Höhe wird mit Hilfe des Satzes des Pythagoras ermittelt
In gleichschenkligen Dreiecken wird die Basis von der zugehörigen Höhe halbiert.
Im rechtwinkligen Dreieck AHC gilt nach dem Satz des Pythagoras:

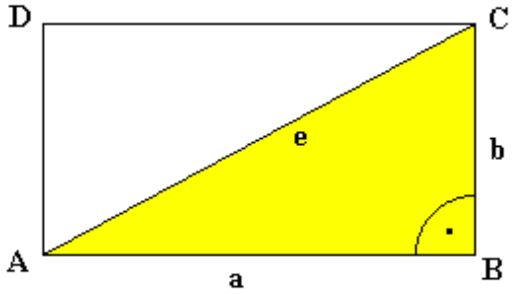
$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$
$$\Leftrightarrow \quad h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$
$$(2) \quad \Leftrightarrow \quad h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

Einsetzen von (2) in (1):

$$A = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

mit
a = 12cm
b = 8cm

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12cm \cdot \sqrt{(8cm)^2 - \left(\frac{12cm}{2}\right)^2}$$
$$A \approx 31{,}7cm^2$$



Gegeben :

$a = 5cm$

$b = 7cm$

Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

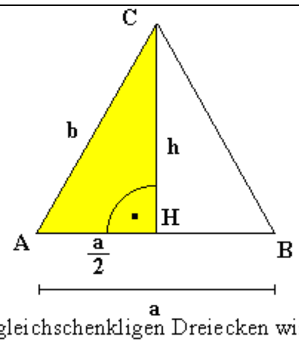
$$e^2 = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow \quad e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad e = \sqrt{(5cm)^2 + (7cm)^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad e \approx 8,6cm$$

Die Diagonale ist ca. 8,6 cm lang



In gleichschenkligen Dreiecken wird die Basis von der zugehörigen Höhe halbiert.

Im rechtwinkligen Dreieck AHC gilt nach dem Satz des Pythagoras:

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\Leftrightarrow \quad b = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$$

mit

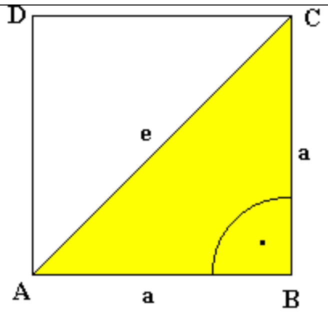
$a = 8cm$

$h = 4cm$

$$b = \sqrt{\left(\frac{8cm}{2}\right)^2 + (4cm)^2}$$

$$b \approx 5,7$$

Die Schenkel sind ca. 5,7 cm lang



Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt nach dem Satz des Pythagoras:

$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$\Leftrightarrow \quad d^2 = 2a^2$$

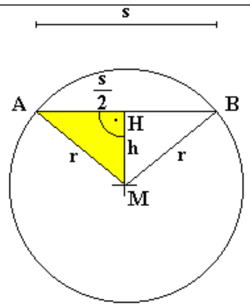
$$\Leftrightarrow \quad d = |a|\sqrt{2}$$

Mit $a = 12cm$ ergibt sich:

$$d = 12cm \cdot \sqrt{2}$$

$$d \approx 17,0cm$$

Die Länge der Diagonalen beträgt ca. 17,0 cm.



Das Dreieck AMB ist gleichschenklig, da der Mittelpunkt eines Kreises von allen Kreispunkten den gleichen Abstand r besitzt.

Die Höhe dieses Dreiecks entspricht dem Abstand der Sehne vom kreismittelpunkt.

Da in gleichschenkligen Dreiecken die Basis von der zugehörigen Höhe halbiert wird, gilt im rechtwinkligen Dreieck AMH nach dem Satz des Pythagoras:

$$r^2 = h^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad h^2 = r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad h = \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2}$$

Mit

$r = 4cm$

$s = 5cm$

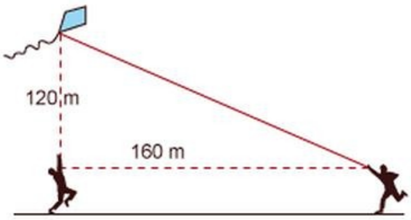
ergibt sich:

$$h = \sqrt{(4cm)^2 - \left(\frac{5cm}{2}\right)^2}$$

$$h \approx 3,1cm$$

Der Abstand der Sehne vom Kreismittelpunkt beträgt ca. 3,1cm.

5. Aufgabe:



Markus und Andreas lassen einen Drachen steigen. Wie lange ist die Schnur des Drachens?

Lösung

$a^2 + b^2 = c^2$

$120^2 + 160^2 = c^2$

$14400 + 25600 = c^2$

$40000 = c^2 \quad | \sqrt{}$

$200 = c$

5. Aufgabe

https://www.br.de/fernsehen/ard-alpha/sendungen/grundkurs-mathematik/grundkurs-mathematik-mathematik-pythagoras102.html

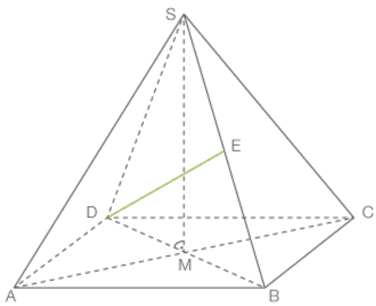
Gegeben sei eine Glaspyramide ABCDS mit rechteckiger Grundfläche.

Der Punkt E liegt in der Mitte der Seitenkante $\overline{ES}$.

Es gilt: $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 4\ cm\ und\ \overline{MS} = 6\ cm$.

a. Bestimme die Länge von $\overline{BE}$.
b. Bestimme den Flächeninhalt der Seitenfläche ABS
c. Bestimme die Masse der Glaspyramide $(\rho = 2{,}5\frac{g}{cm^3})$

(Volumen der Pyramide V=$\frac{1}{3}A_G \cdot h$)



Lösung:

a	Seitenkante s bestimmen: $s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 \rightarrow d^2 = a^2 + b^2 \leftrightarrow d \approx 7.2 \;\; \rightarrow \frac{d}{2} \approx 3.6\ cm \;\; \rightarrow s = 7\ cm \;\; \rightarrow \lvert\overline{BE}\rvert = \frac{s}{2} = 3{,}5\ cm$
b	h_a gesucht: $s^2 = {h_a}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow {h_a}^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow h_a \approx 6{,}3\ cm$ A berechnen: $A = \frac{ah_a}{2} \approx 18{,}97\ cm^2$
c	Masse berechnen: $\rho = \frac{m}{V} \leftrightarrow m = \rho V$ V=$\frac{1}{3}A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 6 = 48\ cm^3$ $m = \rho V = \;\; 2{,}5\frac{g}{cm^3} \cdot 48\ cm^3 = 120\ g$ Die Pyramide ist 120 g schwer.