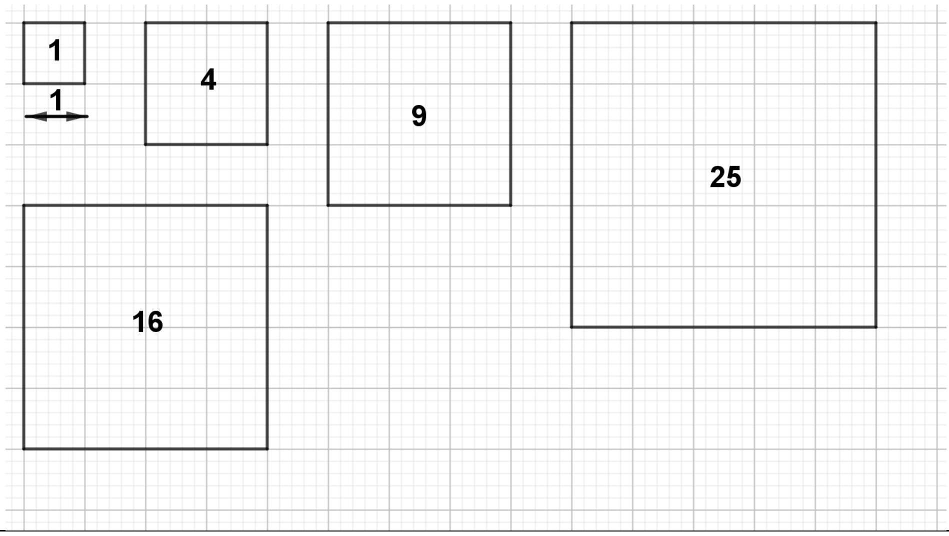
Wurzeln

Kennt man die Flächenmaßzahl eines Quadrates und möchte daraus auf die Seitenlänge schließen, muss man den umgekehrten Weg wie beim Quadrieren gehen.

Diesen Vorgang nennt man **Wurzelziehen oder Radizieren**.



Aufgabe 1

Bei Quadraten, deren Flächeninhalt A eine Quadratzahl ist, lässt sich die Seitenlänge einfach bestimmen.
Bestimme die Seitenlänge der einzelnen Quadrate.

Aufgabe 2

Bei Quadraten, deren Flächeninhalt A keine Quadratzahl ist, bezeichnet man die Seitenlänge mit $\sqrt{A}$.
(sprich: „Wurzel aus A“)

a) Wie groß sind folgende Wurzeln ungefähr?
Benutze den **Taschenrechner nicht**!

$\sqrt{10}, \sqrt{20}, \sqrt{30}, \sqrt{40}, \sqrt{50}, \sqrt{60}, \sqrt{70}, \sqrt{80}, \sqrt{90}, \sqrt{100}$

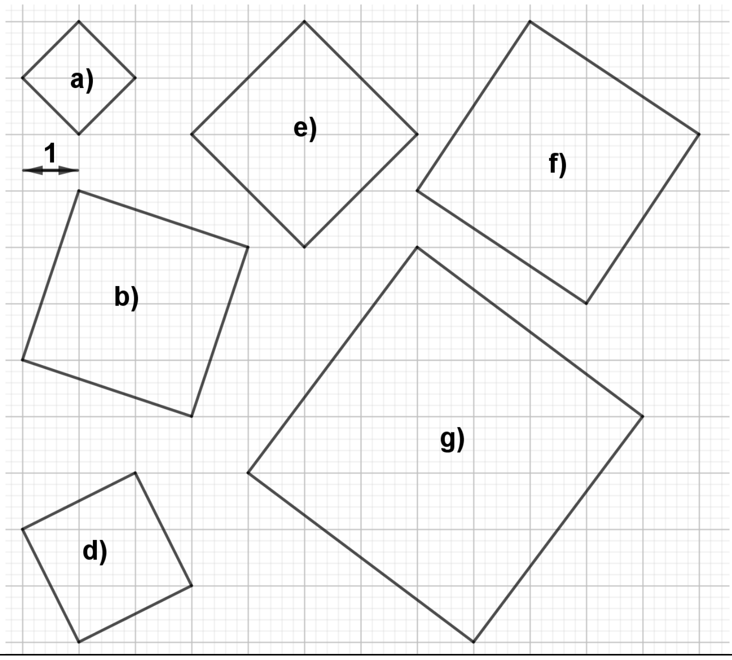
b) Kontrolliere deine Schätzungen aus Teilaufgabe a), indem du nun die Ergebnisse quadrierst.
Jetzt darfst du den Taschenrechner benutzen (aber **nur zum Quadrieren!**).
Verbessere deine Schätzung, vergleiche wieder durch Quadrieren.
Vergleiche deine neue Schätzung nun mit dem Ergebnis, das du erhälst, wenn du die Wurzel-Taste deines Taschenrechners benutzt.

$\boxed{x^2}$

Beispiel: $\sqrt{10} \approx 3$ (1. Schätzung)
$3^2 = 9$ $(9 < 10$ 1.Kontrolle)
$\sqrt{10} \approx 3{,}2$ (2.Schätzung)
$3{,}2^2 = 10{,}24$ $(10{,}24 > 10$ 2.Kontrolle)
$\sqrt{10} \approx 3{,}16227766$
(Taschenrechnerergebnis)

$\boxed{\sqrt{\square}}$

Auch das Ergebnis des Taschenrechners beim Wurzelziehen ist nicht immer exakt. Je nach Taschenrechnertyp wird eine bestimmte Anzahl von Nachkommastellen angezeigt. Die letzte Stelle ist manchmal gerundet.



Aufgabe 3

a) Wie groß sind die Quadrate?
b) Gib jeweils die Seitenlänge der Quadrate an.
c) Zeichne ebenso die Wurzeln anderer Zahlen, schätze und miss sie.

Aufgabe 4

Finde mindestens zehn (natürliche und gebrochene Zahlen) zwischen 1 und 25, deren Wurzel du genau bestimmen kannst.

Das Ziehen der (Quadrat)Wurzel ist die Umkehroperation des Quadrierens.
Gesucht ist also diejenige nichtnegative Zahl, die mit sich selbst multipliziert die Zahl unter dem Wurzelzeichen, den Radikanden, ergibt.

Zum Beispiel:
Welche Zahl im Quadrat ergibt 64?

$\sqrt{64} = \sqrt{8 \cdot 8} = 8$
denn $8^2 = 64$

Aufgabe 5

Zwischen welchen natürlichen Zahlen liegt die Wurzel? Schreibe wie im Beispiel: $3 < \sqrt{12} < 4$

$\sqrt{12}, \sqrt{37}, \sqrt{45}, \sqrt{65}, \sqrt{80}, \sqrt{110}, \sqrt{150}, \sqrt{200}, \sqrt{410}, \sqrt{620}, \sqrt{930}, \sqrt{1000}$

Aufgabe 6

Bestimme folgende Wurzeln und formuliere eine Gesetzmäßigkeit.

a) $\sqrt{160000}, \sqrt{1600}, \sqrt{16}, \sqrt{0{,}16}, \sqrt{0{,}0016}$

b) $\sqrt{1440000}, \sqrt{14400}, \sqrt{144}, \sqrt{1{,}44}, \sqrt{0{,}0144}$

c) $\sqrt{\frac{4}{9}}, \sqrt{\frac{16}{81}}, \sqrt{\frac{25}{100}}, \sqrt{\frac{144}{169}}, \sqrt{\frac{289}{400}}$

d) Gib Dezimalzahlen und Brüche an, aus denen man einfach die Wurzel ziehen kann.

Aufgabe 7

Gib die Wurzeln an. Du darfst in jeder Zeile höchstens zweimal den Taschenrechner benutzen.

a) $\sqrt{10}, \sqrt{100}, \sqrt{1000}, \sqrt{10\,000}, \sqrt{100\,000}, \sqrt{1000\,000}, \sqrt{10\,000\,000}$

b) $\sqrt{0{,}1}, \sqrt{0{,}01}, \sqrt{0{,}001}, \sqrt{0{,}0001}, \sqrt{0{,}000\,01}, \sqrt{0{,}000\,001}, \sqrt{0{,}000\,000\,1}$

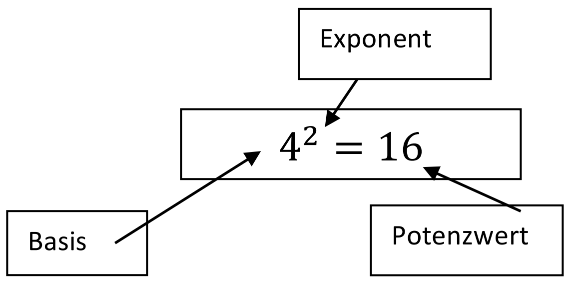
c) $\sqrt{2}, \sqrt{20}, \sqrt{200}, \sqrt{2000}, \sqrt{20\,000}, \sqrt{200\,000}, \sqrt{2\,000\,000}$

d) $\sqrt{1}$, $\sqrt{1{,}21}$, $\sqrt{1{,}44}$, $\sqrt{1{,}69}$, $\sqrt{1{,}96}$, $\sqrt{2{,}25}$, $\sqrt{2{,}56}$

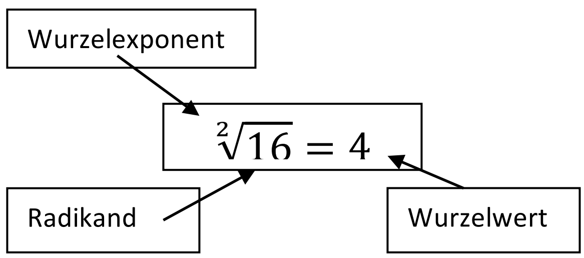
e) $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{256}$, $\sqrt{1024}$, $\sqrt{4096}$, $\sqrt{16384}$

f) $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{128}$, $\sqrt{256}$, $\sqrt{512}$

Die positiven Zahlen mit ganzzahligen Wurzeln sind die Quadratzahlen. Die Wurzeln von natürlichen Zahlen sind entweder natürlich oder nicht abbrechende Dezimalbrüche, zum Beispiel $\sqrt{7} \approx 2{,}645575 \ldots$	**Aufgabe 8** Finde jeweils weitere Beispiele. a) Die Wurzel ist eine natürliche Zahl: $\sqrt{289} = 17$ b) Die Wurzel ist ein Dezimalbruch mit einer Nachkommastelle: $\sqrt{11{,}56 = 3{,}4}$ c) Die Wurzel ist ein Dezimalbruch mit mehreren Stellen nach dem Komma: $\sqrt{1{,}7956} = 1{,}34$ d) Die Wurzel ist größer als die ursprüngliche Zahl: $\sqrt{0{,}3364} = 0{,}58$ e) Die Wurzel liegt zwischen 100 und 102: $\sqrt{10\,020{,}01} = 100{,}1$ f) Die Wurzel ist kleiner als 1: $\sqrt{0{,}5} \approx 0{,}707$



Potenzieren (Quadrieren als Spezialfall)



Wurzelziehen/Radizieren